

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Ronaldas JAKUBOVSKIS

SUDERINTAS GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ PLEIŠĖJIMO, DEFORMACIJŲ IR SUKIBIMO MODELIAVIMAS

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
STATYBOS INŽINERIJA (02T)



Vilnius LEIDYKLA
TECHNIKA 2015

Disertacija rengta 2011–2015 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Vadovas

prof. habil. dr. Gintaris KAKLAUSKAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T).

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Statybos inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo taryba:

Pirmininkas

prof. dr. Antanas ŠAPALAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T).

Nariai:

prof. habil. dr. Juozas ATKOČIŪNAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T),

prof. dr. Joaquim Antonio Oliveira de BARROS (Minho universitetas, Portugalija, statybos inžinerija – 02T),

doc. dr. Bronius JONAITIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T),

prof. habil. dr. Gintautas TAMULAITIS (Vilniaus universitetas, fizika – 02P).

Disertacija bus ginama viešame Statybos inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo tarybos posėdyje **2015 m. birželio 16 d. 10 val.** Vilniaus Gedimino technikos universiteto senato posėdžių salėje.

Adresas: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva.

Tel.: (8 5) 274 4956; faksas (8 5) 270 0112; el. paštas doktor@vgtu.lt

Pranešimai apie numatomą ginti disertaciją išsiųsti 2015 m. gegužės 15 d.

Disertaciją galima peržiūrėti interneto svetainėje <http://dspace.vgtu.lt/> ir Vilniaus Gedimino technikos universiteto bibliotekoje (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lietuva).

VGTU leidyklos TECHNIKA 2327-M mokslo literatūros knyga

ISBN 978-609-457-817-5

© VGTU leidykla TECHNIKA, 2015

© Ronaldas Jakubovskis, 2015

ronaldas.jakubovskis@vgtu.lt

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Ronaldas JAKUBOVSKIS

**COMPATIBLE MODELING OF CRACKING,
DEFORMATION AND BOND
IN REINFORCED CONCRETE MEMBERS**

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,
CIVIL ENGINEERING (02T)



Vilnius LEIDYKLA
TECHNIKA 2015

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2011–2015.

Supervisor

Prof Dr Habil Gintaris KAKLAUSKAS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T).

The Dissertation Defence Council of Scientific Field of Civil Engineering of Vilnius Gediminas Technical University:

Chairman

Prof Dr Antanas ŠAPALAS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T).

Members:

Prof Dr Habil Juozas ATKOČIŪNAS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T),

Prof Dr Joaquim Antonio Oliveira de BARROS (Minho University, Civil Engineering – 02T),

Assoc Prof Dr Bronius JONAITIS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T),

Prof Dr Habil Gintautas TAMULAITIS (Vilnius University, Physics – 02P).

The dissertation will be defended at the public meeting of the Dissertation Defence Council of Civil Engineering in the Senate Hall of Vilnius Gediminas Technical University at **10 a. m. on 16 of June 2015**.

Address: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.

Tel.: +370 5 274 4956; fax +370 5 270 0112; e-mail: doktor@vgtu.lt

A notification on the intend defending of the dissertation was send on the 15 May 2015.

A copy of the doctoral dissertation is available for review at the Internet website <http://dspace.vgtu.lt/> and at the Library of Vilnius Gediminas Technical University (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lithuania).

Reziumė

Armuotas betonas yra kompozitinė medžiaga, sudaryta iš dviejų, iš principo skirtingas mechanines savybes turinčių komponentų: armatūros ir betono. Šių medžiagų sąveika, dažnai vadinama sukibimu, turi lemiamą įtaką konstrukcijų elgsenai, vertinant tiek saugos, tiek tinkamumo ribinius būvius.

Tradiciškai gelžbetoninės konstrukcijos projektuojamos remiantis idealaus armatūros ir betono sukibimo prielaida – slinktis, susidaranti kontakto zonoje, yra nevertinama. Šią prielaidą galima taikyti atliekant konstrukcijų saugos ribinio būvio skaičiavimus, tačiau vertinant tinkamumo ribinius būvius (plyšio plotį ir deformacijas), toks supaprastinimas dažnai yra nepriimtinas. Nevertinant susidarancios slinktys, gaunamos sudėtingos ir dažnai prieštaringos empirinės plyšio pločio ir deformacijų skaičiavimo formulės. Šiuo metu plačiai taikomose empiriniuose projektavimo normų metoduose plyšio plotis ir konstrukcijos deformacijos apskaičiuojamos taikant skirtingas metodikas, dažnai gaunamos paklaidos artimos šimtui procentų.

Alternatyva projektavimo normoms yra skaitiniai konstrukcijų analizės algoritmai. Taikant vieną iš skaitinės konstrukcijų analizės metodų – įtempių perdavimo algoritmą – įmanoma realistiškai sumodeliuoti armatūros slinktį betono atžvilgiu, plyšių plitimą, konstrukcijos deformacijas ir kintantį standumą pleišėjimo proceso metu. Įtempių perdavimo algoritmai yra pagrįsti mechanine armatūros ir betono sąveika lokaliame lygmenyje ir gali būti taikomi įvairių armatūros rūšių (plieninės, kompozitinės) ir betono (plieno plaušu armuoto betono, stipriojo betono) konstrukcijų analizei. Pagrindinis įtempių perdavimo algoritmų trūkumas yra jautrumas pasirinktam armatūros ir betono sąveikos dėsniui. Skirtingai nuo armatūrai ir betonui taikomų medžiagų modelių, universalus šių medžiagų sąveikos dėsnio nėra pasiūlyta. Skaičiavimams dažniausiai naudojami supaprastinti sąveikos dėsniai, tinkantys tik atskirais atvejais. Esamus armatūros ir betono sąveikos modelius taikant pleišėjimo ir deformavimosi uždaviniams spręsti dažnai gaunami prieštaringi rezultatai.

Šiame darbe siūlomas suderintas gelžbetoninių elementų tinkamumo ribinio būvio analizės metodas, apimantis pleišėjimo, deformacijų ir sukibimo modeliavimą. Siūlomas metodas gali būti taikomas bet kokių geometrinių matmenų elementams, esant įvairioms apkrovimo schemoms bei medžiagų mechaninėms savybėms. Jis gali būti taikomas tiek tempiamųjų, tiek lenkiamųjų armuoto betono elementų analizei. Siūlomai modeliavimo metodikai patikrinti buvo sukurta skaitinė diskretaus pleišėjimo programa, leidžianti modeliuoti plyšių vystymąsi ir besikeičiantį konstrukcijos standumą. Gautų skaitinių ir eksperimentinių rezultatų palyginimas patvirtino siūlomos metodikos perspektyvumą.

Abstract

Reinforced concrete (RC) is a composite material comprising concrete and reinforcement. The interaction of these materials, often referred as bond, has a crucial effect on performance of RC structures, both in the serviceability and the ultimate limit states.

In general practice, design of RC structures is based on the assumption of perfect bond between concrete and reinforcement, i.e. no physical slip is allowed. This simplification might be reasonable in load bearing capacity analysis, however it becomes unacceptable when serviceability of RC structures is considered. In this case, neglecting bond-slip leads to empirical relationships, which are often cumbersome and controversial. It is also important that in empirical approaches separation between deformation and cracking analysis should be done. Previous studies have shown that deflection predictions by different code techniques varied up to 100%, whereas variability of crack width predictions was found of much higher order.

In contrast to empirical nature of models used in the design codes, the stress transfer (also called force transfer, or partial interaction) approach is capable realistically reflect nature of RC: bond-slip action, development of cracks, tension stiffening and tension softening. Being mechanically based, such approach can be universally applied to any type of reinforcement (steel, fibre reinforced polymer) and concrete (fibre reinforced concrete, high performance concretes). Stress transfer algorithms allow predicting formation of cracks and determining stress and strain distribution of reinforcement and concrete along the cracked element. The major drawback of the stress transfer approach is the need of knowledge of complex local parameters (bond-slip relationships), which principally governs the obtained results. Improper choice of the bond-slip relationship for particular problem may result inadequacy in deformation and cracking analysis.

Present thesis presents a new strategy for modeling bond, cracking and deformation behaviour of RC members. The proposed modeling technique is not restricted by the geometrical dimensions of the analyzed member and may be applied for various loading conditions. Tensile as well as bending RC members may be analyzed using the proposed technique. Adequacy of the modeling strategy was evaluated by the developed numerical discrete crack algorithm, which allows modeling deformation and cracking behaviour of a tensile RC members. Comparison of experimental and numerical results proved the applicability of the proposed modeling strategy.

Žymėjimai

Simboliai

A_c	– betono skerspjūvio plotas;
A_s	– armatūros skerspjūvio plotas;
b	– skerspjūvio plotis;
c	– apsauginis betono sluoksnis;
\emptyset	– strypinės armatūros skersmuo;
E_c	– betono tamprumo modulis;
E_s	– armatūros tamprumo modulis;
f_c	– gniuždomasis betono stipris;
f_{ct}	– tempiamasis betono stipris;
f_y	– armatūros takumo įtempiai;
f_r	– sukibimo indeksas;
h	– skerspjūvio aukštis;
k	– kontakto zonos standumą apibūdinantis parametras;
L	– elemento ilgis;
l_b	– inkaravimo ilgis;
l_{cr}	– atstumas tarp plyšių;
l_d	– pažeidimo zonos ilgis;
l_{eff}	– efektyviosios zonos ilgis;
l_{tr}	– įtempių perdavimo ilgis;

n	– armatūros ir betono tamprumo modulių santykis;
N_c	– jėga, tenkanti betonui;
N_s	– jėga, tenkanti armatūrai;
P	– ašinė apkrova;
P_{cr}	– pleišėjimo apkrova;
P_u	– ribinė apkrova;
s	– slinktis;
$S_{r,vid}$	– vidutinis atstumas tarp plyšių
w	– plyšio plotis;
ρ	– armavimo procentas;
ε	– deformacija;
ξ	– deformacijų koreliacinis koeficientas;
α	– laipsnis;
ε_c	– betono deformacija;
ε_{cr}	– pleišėjimo deformacija;
σ_c	– įtempiai betone;
σ_n	– normalizuoti įtempiai betone;
σ_s	– įtempiai armatūroje;
ε_m	– vidutinė elemento deformacija;
τ	– sukibimo įtempiai;
τ_n	– normalizuoti sukibimo įtempiai;
ε_s	– plieno deformacija;
ε_{sm}	– vidutinė armatūros deformacija;
ν	– medžiagos skersinės deformacijos (Puasono) koeficientas.

Turinys

IVADAS.....	1
Darbo aktualumas.....	1
Problemos formulavimas.....	2
Tyrimų objektas.....	3
Darbo tikslas.....	3
Darbo uždaviniai	3
Tyrimų metodika	4
Darbo mokslinis naujumas	4
Darbo rezultatų praktinė reikšmė	4
Ginamieji teiginiai.....	5
Darbo rezultatų aprobavimas.....	5
Disertacijos struktūra.....	6
Padėka	6
1. ARMATŪROS IR BETONO SĄVEIKOS TYRIMŲ APŽVALGA	7
1.1. Įtempių perdavimas iš armatūros į betoną	8
1.1.1. Sukibimo įtempių perdavimo stadijos	10
1.1.2. Diferencialinė sukibimo lygtis	13
1.2. Armatūros ir betono sąveikos modeliai.....	16
1.2.1. Eligehausen <i>et al.</i> 1982	17
1.2.2. Shima <i>et al.</i> 1987.....	19
1.2.3. Cholmianskij 1997	21
1.2.4. Marti <i>et al.</i> 1998	23
1.2.5. Hong ir Park 2012	24

1.3. Pažeidimo zonos modeliai	25
1.3.1. Cholmianskij 1981	27
1.3.2. Salem ir Maekawa 1999	28
1.3.3. Ruiz <i>et al.</i> 2007	30
1.3.4. Model Code	31
1.3.5. Debernardi <i>et al.</i> 2013	32
1.4. Gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų modeliavimas	33
1.4.1. Balazs 1993	35
1.4.2. Salem ir Maekawa 1999	36
1.4.3. Yankelevkis <i>et al.</i> 2007	37
1.4.4. Zabulionis <i>et al.</i> 2012	39
1.5. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas	41
2. EKSPERIMENTINIAI ARMATŪROS IR BETONO SĄVEIKOS TYRIMAI	43
2.1. Bandinių tipai	44
2.2. Eksperimentinė programa	46
2.3. Gamyba ir bandymai	48
2.4. Rezultatai ir jų aptarimas	50
2.4. Antrojo skyriaus išvados	54
3. ARMATŪROS IR BETONO SĄVEIKOS MODELIAVIMO KONCEPCIJA	55
3.1. Siūlomo armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodo prielaidos	58
3.2. Armatūros deformacijų pasiskirstymas tarp plyšių	62
3.3. Armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodas	67
3.4. Armatūros ir betono sąveikos modelio išvedimas	72
3.4.1. Betono tempiamasis stipris	73
3.4.2. Armatūros skersmuo	73
3.4.3. Armavimo procentas	75
3.4.4. Atstumas tarp plyšių	78
3.4.5. Siūlomas armatūros ir betono sąveikos modelis	82
3.4. Trečiojo skyriaus išvados	84
4. GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ DISKREČIŲJŲ PLYŠIŲ MODELIS	87
4.1. Pagrindinės prielaidos	88
4.2. Skaičiavimo algoritmas	89
4.3. Skaičiavimų rezultatai	93
4.3.1. Vidutinės deformacijos	93
4.3.2. Atstumai tarp plyšių	98
4.3.3. Eksperimentinių funkcijų taikymas	101
4.4. Ketvirtąjo skyriaus išvados	105
BENDROSIOS IŠVADOS	107
LITERATŪRA IR ŠALTINIAI	109
AUTORIAUS MOKSLINIŲ PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS	115
SUMMARY IN ENGLISH	119

PRIEDAI*	141
A priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijose skelbtą medžiagą mokslo daktaro disertacijoje.....	142
B priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos.....	159

*Priedai pateikiami kompaktiniame diske

Contents

INTRODUCTION	1
Relevance of the thesis	1
Problem formulation	2
Research object	3
Aim of the thesis	3
Objectives of the thesis.....	3
Research methodology	4
Scientific novelty of the thesis	4
Practical value of research findings.....	5
Defended statements	5
Approval of the research findings	5
Structure of the thesis	6
Acknowledgements.....	6
1. STATE-OF-THE ART REVIEW OF BOND BETWEEN REINFORCEMENT AND CONCRETE	7
1.1. Stress transfer from reinforcement to concrete.....	8
1.1.1. Stages of bond stress transfer	10
1.1.2. Differential equation of bond.....	13
1.2. Bond models.....	16
1.2.1. Eligehausen <i>et al.</i> 1982	17
1.2.2. Shima <i>et al.</i> 1987.....	19
1.2.3. Cholmianskij 1981	21

1.2.4. Marti <i>et al.</i> 1998	22
1.2.5. Hong and Park 2012	23
1.3. Bond deterioration models	25
1.3.1. Cholmianskij 1981	27
1.3.2. Salem and Maekawa 1999.....	28
1.3.3. Ruiz <i>et al.</i> 2007	29
1.3.4. Model Code	30
1.3.5. Debernardi <i>et al.</i> 2013	31
1.4. Modeling of cracking and deformation or reinforced concrete members	33
1.4.1. Balazs 1993	35
1.4.2. Salem and Maekawa 1999.....	36
1.4.3. Yankelevky <i>et al.</i> 2007.....	37
1.4.4. Zabulionis <i>et al.</i> 2013	39
1.5. Concluding remarks of Chapter 1 and tasks of the thesis	40
2. EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF BOND	43
2.1. Types of specimens	44
2.2. Experimental program	46
2.3. Preparation and testing	48
2.4. Results and discussion.....	50
2.4. Concluding remarks of Chapter 2.....	54
3. CONCEPT OF BOND MODELING.....	55
3.1. Assumptions of the proposed modeling technique	58
3.2. Distribution of reinforcement strain between cracks	62
3.3. Method for bond modeling.....	67
3.4. Derivation of the bond model.....	72
3.4.1. Concrete tensile strength	73
3.4.2. Bar diameter	74
3.4.3. Reinforcement ratio	75
3.4.4. Crack spacing	79
3.4.5. Proposed bond-slip model	83
3.4. Concluding remarks of Chapter 3.....	84
4. DISCRETE CRACK MODEL OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS	87
4.1. General assumptions.....	88
4.2. Calculation algorithym	89
4.3. Calculation results	93
4.3.1. Average strain	94
4.3.2. Crack spacing	99
4.3.3. Application of the experimental bond-slip relationships.....	102
4.4. Concluding remarks of Chapter 4.....	105
GENERAL CONCLUSIONS	107
REFERENCES	109

THE LIST OF SCIENTIFIC PUBLICATIONS BY THE AUTHOR ON THE TOPIC OF THE DISSERTATION	115
SUMMARY IN ENGLISH	119
ANNEXES*	141
Annex A. Agreements of co-authors to provide published materials in the dissertation.....	142
Annex B. Copies of scientific publications by the author on the topic of the dissertation.....	159

*The annexes are supplied in the enclosed compact disc

Ivadas

Darbo aktualumas

Pastarąjį penkiasdešimtmetį pasaulyje pastebimas vis platesnis betono ir armuoto betono taikymas tiek civiliniams, tiek pramonės ir infrastruktūros statiniams. Skirtingai nuo plieninių ar medinių konstrukcijų, betono gamyboje dažniausiai naudojamos vietinės žaliavos, todėl betono konstrukcijos pasižymi ženkliai mažesne kaina. Be to, tinkamai prižiūrimi gelžbetoniniai statiniai išsiskiria ilgaamžiškumu ir nedidelėmis eksploatacijos išlaidomis. Šios priežastys lėmė, kad betonas tapo antra (po vandens) žmonijos naudojama medžiaga. Dabar statyboje kasmet sunaudojama daugiau nei 4 milijardai kubinių metrų betono.

Gera suprojektuotos ir tinkamai pastatytos gelžbetoninės konstrukcijos turėtų tarnauti šimtmečius. Deja, šiuo metu Europoje statinių remontui ir rekonstrukcijai išleidžiama beveik pusė statybos pramonės biudžeto. Taip yra todėl, kad dėl mažo betono tempiamojo stiprio ir jo trapumo, eksploatuojamose konstrukcijose neretai atsiveria neleistino pločio plyšiai: plieninė armatūra intensyviai rūdija, susidarę korozijos produktai toliau ardo betono struktūrą. Nešiimant apsaugos ar stiprinimo veiksmų, statinys greitai praranda eksploatacines savybes.

Dėl fundamentinės svarbos projektuojant ir eksploatuojant gelžbetonines konstrukcijas, armatūros ir betono sąveikos klausimai tapo aktualūs iš karto po

gelžbetonio išradimo XIX a. pabaigoje. Nors šių dviejų medžiagų sąveika tiriamą jau daugiau kaip šimtmetį, iki šiol nėra pasiūlyta universalus fizikinio armatūros ir betono sąveikos dėsnio. Tą lemia sudėtinga betono, kaip kompozitinės medžiagos elgsena (valkšnumas, relaksacija, susitraukimas, mastelio faktorius, mikropleišėjimas), kuri tampa dar sudėtingesne betonui sąveikaujant su, iš esmės skirtingu mechaninių savybių medžiaga – plienu. Armatūros ir betono sąveikos tyrimų problemą apsunkina ir konstrukcinių bei technologinių veiksnių įtaka: armatūros išdėstymas skerspjūvyje, konstrukcijos padėtis, betonavimo kryptis. Sukūrus universalų fizikinį sąveikos dėsnį, būtų galima tiksliai modeliuoti tiek tinkamumo (pleišėjimą ir deformacijas), tiek saugos (inkaravimo zonų ir užleistinių sandūrų ilgį, mazgų stiprumą) ribinius būvius.

Problemos formulavimas

Gelžbetoninių konstrukcijų pleišėjimas ir deformavimasis yra vienas sudėtingiausių jų elgsenos aspektų. Apskaičiuojant net ir paprastų elementų įlinkius paklaidos neretai yra artimos 100 %. Plyšio pločio skaičiavimo atveju paklaidos gali būti net kelis kartus didesnės.

Tradiciškai gelžbetoninių elementų įlinkiai ir atsiveriančių plyšių pločiai buvo skaičiuojami nepriklausomai vienas nuo kito, taikant empirines formules. Projektavimo praktikoje toks skaičiavimo metodas vyrauja iki šiol. Fizikine prasme, pleišėjimas ir deformacijų augimas yra vienas su kitu susiję procesai, kuriems modeliuoti gali būti taikomi įvairūs skaitiniai metodai. Tik pastaraisiais dešimtmečiais, sparčiai tobulėjant skaičiavimo technikai, tapo įmanoma spręsti itin sudėtingus ir skaičiavimams imlius deformuojamo kūno mechanikos uždavinius. Taikant skaitinius algoritmus, armuoto betono konstrukcijų pleišėjimo ir deformavimosi procesą galima modeliuoti remiantis medžiagos prigimtimi – aprašyti armatūros, betono mechaninę elgseną ir jų sąveiką naudojantis tam tikrais modeliais. Didžiausia problema šiuo atveju tampa armatūros ir betono sąveikos modelio pasirinkimas – skirtingai nuo armatūrai ir betonui taikomų medžiagų modelių, universalus šių medžiagų sąveikos dėsnio nėra pasiūlyta. Skaičiavimams dažniausiai naudojami supaprastinti sąveikos dėsniai, tinkantys tik konkrečioms konstrukcijos formos ir apkrovimo atvejams. Esamus armatūros ir betono sąveikos modelius taikant pleišėjimo ir deformavimosi uždaviniams spręsti dažnai gaunami prieštaringi rezultatai.

Pavyzdžiui, apskaičiuoti atstumai tarp plyšių taikant pasaulinių projektavimo rekomendacijų Model Code (2010) armatūros ir betono sukibimo dėsnį bei empirinę formulę, gali skirtis iki 50 %. Taip pat prieštaringi yra ir analogiškai nustatyti vidutinių deformacijų rezultatai, kai paklaidos gali būti iki 40 %. Prognozuojant konstrukcijų tinkamumo ribinį būvį, pastebimi ir kiti būdingi prieš-

ravimai: taikant sukibimo modelį, supleišėjusio tempiamojo betono vidutiniai įtempiai auga didėjant deformacijai, tuo tarpu šie įtempiai, nustatyti pagal empirinę skaičiavimo metodiką, mažėja. Taip pat nepasiekiami stabilių plyšių stadija, nors empiriniuose pleišėjimo vertinimo metoduose stabilaus pleišėjimo prielaida yra taikoma.

Tyrimų objektas

Disertacijoje nagrinėjamas gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesas.

Darbo tikslas

Sukurti gelžbetoninių elementų pleišėjimo, deformacijų ir sukibimo suderinto modeliavimo metodą.

Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti keliama šie uždaviniai:

1. Išnagrinėti literatūroje paskelbtus armatūros ir betono sąveikos modelius bei diskretaus pleišėjimo algoritmus.
2. Atlikti armatūros ir betono sąveikos eksperimentinius tyrimus, nustatant konstrukcinių veiksnių įtaką susidarantiems sukibimo įtempiams.
3. Pasiūlyti armatūros ir betono sąveikos modelį, suderintą su elemento deformavimosi ir pleišėjimo elgsena.
4. Pasiūlyti analizinį atstumų tarp plyšių skaičiavimo modelį.
5. Sukurti gelžbetoninių elementų diskretaus pleišėjimo algoritmą. Sukurtajame algoritme pritaikyti esamus ir pasiūlytąjį armatūros ir betono sąveikos dėsnius.
6. Patikrinti sukurtojo algoritmo adekvatumą, skaičiavimo rezultatus palyginant su literatūroje skelbiamais gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformavimosi eksperimentinių tyrimų rezultatais.

Tyrimų metodika

Darbe taikyti analiziniai, skaitiniai ir eksperimentiniai tyrimų metodai. Eksperimentinėje programoje armatūros strypo ištraukimo iš betono bandiniams nustatytos slinkties ir sukibimo įtempių priklausomybės. Siūloma armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodika pagrįsta diferencialine sąveikos lygtimi. Išvedant sukibimo įtempių ir slinkties funkciją, taikyti analiziniai modeliavimo metodai.

Darbo mokslinis naujumas

Disertaciniame darbe gautas mokslinis naujumas:

1. Sukurtas naujas gelžbetoninių elementų suderinto modeliavimo metodas, apimantis pleišėtumo, vidutinių deformacijų bei sukibimo modelių kūrimą ir taikymą.
2. Pirmą kartą buvo gauta kiekybinė armatūros ir betono sukibimo įtempių priklausomybė nuo slinkties sukibimo pažeidimo zonose, tam tikru atstumu nutolusiose nuo normalių plyšių. Nustatyta, kad pažeidimo zonos ilgis auga didėjant apkrovai. Skirtingai nuo kitų modelių, šios zonos ilgis susietas ne tik su armatūros skersmeniu, bet ir su armatūros deformacija plyšyje.
3. Darnaus modeliavimo koncepcija leido sukurti pleišėjimo skaičiavimo metodologiją, analiziškai susiejančią įvairiai armuotų elementų atstumus tarp plyšių.
4. Sukurta diskretaus pleišėjimo kompiuterinė programa, leidžianti realistiškai prognozuoti armuoto betono elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesą.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Disertaciniame darbe išplėtotą gelžbetoninių elementų suderinto modeliavimo koncepcija realizuota kompiuterinėje diskretaus pleišėjimo programoje „ROMA“. Ši programa leidžia realistiškai modeliuoti konstrukcijų pleišėjimą ir deformacijas, taip pat tikimybiškai įvertinti atsiveriančių plyšių pločių dydžius. Toks prognozavimo metodas leidžia priimti racionalius projektavimo sprendimus ir efektyviai panaudoti konstrukcines medžiagas, priklausomai nuo statinio svarbos.

Ginamieji teiginiai

Disertacijos ginamieji teiginiai:

1. Pasiūlytoji gelžbetoninių elementų tinkamumo ribinio būvio modelavimo koncepcija leidžia gauti suderintus pleišėjimo, deformavimosi bei armatūros ir betono sukibimo modelius.
2. Neįvertinus pablogėjusio armatūros ir betono sukibimo pažeidimo zonoje, gaunami eksperimentams prieštaraujantys rezultatai: didėjant apkrovai, elementų standumas nuolat auga bei atsiranda naujų plyšių, t. y. stabilių plyšių stadija nepasiekiamą.
3. Didėjant apkrovai pažeidimo zonos ilgis auga ir jis gali būti susietas su armatūros skersmeniu bei deformacija plyšyje.
4. Naudojant pasiūlytuosius armatūros ir betono sąveikos bei pažeidimo zonos modelius, diskretaus pleišėjimo algoritmu galima realistiškai prognozuoti tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesą.

Darbo rezultatų apibavimas

Disertacijos tema yra paskelbti 7 moksliniai straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose, iš kurių 6 žurnaluose, įtrauktuose į *ISI Web of Science* sąrašą.

Disertacijoje atlikti tyrimai prisidėjo prie Lietuvos mokslo tarybos finansuoto mokslininkų grupės projekto „Armuto betono diskretaus pleišėjimo daugiaparametrio fizinio modelio kūrimas“ rezultatų.

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti 9 pranešimuose 8 mokslinėse konferencijose:

1. 20-oji tarptautinė konferencija *Mechanika 2015*, Kaunas, Lietuva, 2015.
2. 11-oji tarptautinė konferencija *Modern Building Materials, Structures and Techniques*, Vilnius, Lietuva, 2013.
3. 4-oji tarptautinė konferencija *Bond in Concrete*, Brescia, Italija, 2012.
4. 15-oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija *Mokslas – Lietuvos ateitis*. Vilnius, Lietuva, 2012.
5. 11-oji tarptautinė konferencija *Mechanics of Composite Materials MCM 2014*, Ryga, Latvija, 2012.
6. Tarptautinė konferencija *World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM'11plus)*, Seulas, Korea, 2011.
7. 16-oji tarptautinė konferencija *Mechanika 2011*, Kaunas, Lietuva, 2011.

8. 14-oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija *Mokslas – Lietuvos ateitis* (du pranešimai), Vilnius, Lietuva, 2011.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai, bendrosios išvados, literatūros šaltinių bei autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašai, santrauka anglų kalba.

Disertacijos apimtis su santrauka yra 139 puslapiai. Tekste panaudota 57 numeruotos formulės, 55 paveikslai, 6 lentelės ir 89 literatūros šaltiniai.

Padėka

Disertacinio darbo autorius išreiškia padėką savo mokslinio darbo vadovui, Tiltų ir specialiųjų statinių katedros vedėjui prof. habil. dr. Gintariui Kaklauskui už rekomendacijas ir pagalbą rengiant disertaciją.

Už pagalbą ir draugiškumą doktorantūros studijų metu, darbo autorius dėkoja Tiltų ir specialiųjų statinių katedros darbuotojams: doc. dr. Dariui Bačinskui, dr. Viktor Gribniak, kolegoms dr. Eugenijui Gudoniui ir Mantui Jukniui bei Tiltų ir specialiųjų statinių katedros doktorantams.

Disertacinio darbo autorius išreiškia padėką Lietuvos mokslo tarybai už finansinę paramą doktorantūros studijų metu.

Armatūros ir betono sąveikos tyrimų apžvalga

Armatūros ir betono sąveikos klausimai tapo aktualūs iš karto po gelžbetonio išradimo XIX a. viduryje, kai 1849 metais Josefas Monier panaudojo geležinį tinklą iš cementinio skiedinio pagamintiems vazonomis sustiprinti. Po kelių metų, 1853 Francois Cognetas suprojektavo ir pastatė pirmąjį armuoto betono statinį – 4 aukštų gyvenamąjį namą. Nuo pirmųjų armuoto betono konstrukcijų panaudojimo iki XIX a. pabaigos buvo pasiūlyta įvairių armatūros išdėstymo ir pritaikymo galimybių. Konstrukcijoms armuoti tuo metu buvo naudojami tik lygūs strypai, jų sukibimas su betonu aiškintas cheminėmis jungtimis tarp geležies ir betono (adhezija) ir trintimi, susidarančia dėl betono susitraukimo.

Eksploduojant pirmąsias gelžbetonines konstrukcijas dėl riboto lygių strypų sukibimo su betonu buvo pastebėtas nepatikimas strypų inkaravimas, platus atsiveriantys plyšiai, neleistino dydžio įlinkiai. Šiai problemai spręsti apie 1900 metus pasirodė pirmieji rumbuotieji strypai, pasižymėję didele formos ir rumbelių išdėstymo įvairove. Dėl ties rumbeliais susidarančio vietinio betono gniuždymo šių strypų perduodama jėga betonui pasirodė net kelis kartus didesnė lyginant su lygiais strypais. 1913 metais Abramsas atliko plačią eksperimentinę programą, vertindamas įvairių rumbuotųjų strypų sukibimą su betonu. Abramso atlikti tyrimai leido iš dalies suvienodinti naudojamas rumbuotosios armatūros

rūšis ir net keliems dešimtmečiams tapo atramos tašku vertinant armatūros su kibimą su betonu.

ANKSTYVIEJI XX a. pradžios armatūros ir betono sąveikos tyrimai buvo nukreipti praktine kryptimi – siekiama nustatyti reikiamą inkarinių detalių formą, inkaravimo, užleistinių sandūrų ilgį, nekuriant analizinių sąveikos modelių. Siekdamas analiziškai apibūdinti vietinį armatūros ir betono sąveikos dėsni, 1961 metais Rehmas atliko plačią eksperimentinę programą, naudodamas strypo ištraukimo bandinius su mažu inkaravimo ilgiu – nuo 1 iki $5\varnothing$ (čia \varnothing – armatūros skersmuo). Tai leido nustatyti priklausomybę tarp armatūros slinkties ir vidutinių sukibimo įtempių, susidarančių inkaravimo zonoje. Buvo pasiūlyta analizinė sukibimo įtempių ir slinkties funkcija, taip pat Rehmas išsprendė diferencialinę armatūros ir betono sąveikos lygtį rezultatus iliustruodamas grafikais.

Sudėtingą armatūros ir betono sąveikos fizikinę prigimtį 1971 m. atskleidė Goto, eksperimentiškai parodęs vidinį betono mikropleišėjimą sąlyčio zonoje. Be vidinių mikroplyšių susidarymo, buvo pastebėta, kad išilginiai plyšiai, atsiveriantys ties konstrukcijos paviršiumi taip pat turi didelės įtakos sukibimui. Fizinę išilginių plyšių plitimo priežastį, remdamasis hidraulinio slėgio analogija pirmasis paaiškino Tepfersas (1973). Remiantis šia analogija vėliau buvo pasiūlyta įvairių išilginių plyšių plitimo modelių (Bigaj 1996, Maekawa 1999, Wang 2009).

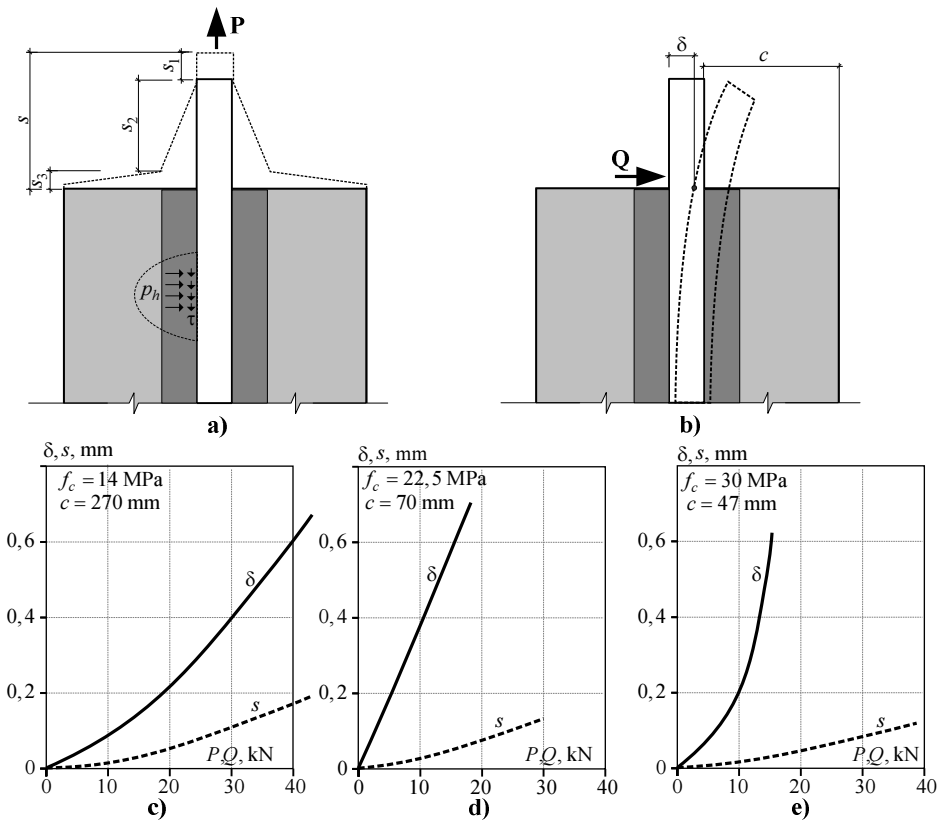
Vis dėlto, nuo XX a. pabaigos iki šiol didžiausias tyrėjų dėmesys buvo sutelktas į unikalų fizikinio armatūros ir betono sąveikos modelio išvedimą, kuriuo remiantis būtų galima paaiškinti ir modeliuoti įvairius armuoto betono konstrukcijų elgsenos aspektus (plyšių plitimą, deformacijas, inkaravimo zonų ir užleistinių jungčių ilgį, mazgų standumą, Gambarova 2012). Pasiūlyta įvairių armatūros ir betono sąveikos modelių, besiskiriančių sudėtingumu ir naudojamų parametrų skaičiumi – kai kurie iš jų bus plačiau aptarti 1.2 poskyryje.

1.1. Įtempių perdavimas iš armatūros į betoną

Nagrinėjant armatūros ir betono sąveiką, vienu iš svarbiausių klausimų yra įtempių perdavimas tarp šių dviejų medžiagų. Sukibimo įtempių susidarymas yra sudėtingas ir įvairiapusis betono ir armatūros sąveikos procesas, apimantis tris pagrindinius reiškinius: adheziją (cheminį sukibimą), trintį ir mechaninį inkaravimą (fib 2000).

Įtempiai armatūros ir betono kontakto zonoje paprastai siejami su slinktimi (armatūros ir betono poslinkių skirtumu). Nors slinkties apibrėžimas yra paprastas, tačiau fizikine prasme tai yra gana sudėtingas reiškinys. Cholmianskis (1981) slinktį apibūdina kaip trijų dedamųjų sumą: armatūros poslinkio s_1 , arti armatūros strypo esančio pažeisto betono sluoksnio poslinkio s_2 ir nepažeisto

betono poslinkio s_3 (1.1 pav., a). Tokiu būdu slinkties dydis tampa priklausomas nuo pasirinkto atskaitos taško. Maekawa (2003) pabrėžia, kad slinktis dviejų medžiagų kontakto zonoje yra tik teorinė prielaida, fiziškai išmatuoti slinktį yra neįmanoma. Shima (1987) slinktį siūlo apskaičiuoti integruojant tik armatūros deformacijų pasiskirstymą tam tikrame gelžbetoninio elemento ruože, ignoruojant tempiamojo betono deformacijas. Nors slinkties susidarymas yra gana prieštaringas ir sunkiai apibūdinamas reiškinys, bendrai sutariama, kad sukibimo įtempiai kontakto zonoje susidaro tik tada, kai egzistuoja tam tikra slinktis.



1.1 pav. Armatūros slinktis: a) kai jėga nukreipta išilgai strypo ašies; b) kai jėga nukreipta skersai strypo ašies; c-e) jėgos ir slinkties grafikai esant įvairiam betono apsauginiam sluoksniui (pagal Cholmianskij 1981)

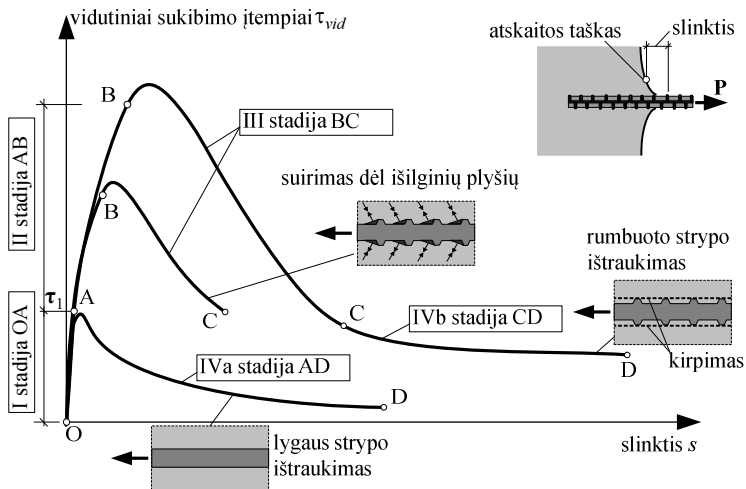
Fig. 1.1. Slip of reinforcement: a) load acting in longitudinal direction; b) load acting in transverse direction; c-e) relationships of load and slip for different concrete cover (adopted from Cholmianskij 1981)

Sukibimo įtempių perdavimo reiškiniui iliustruoti, panagrinėkime iš betono masyvo traukiamą armatūros strypą, parodytą 1.1 paveiksle, a). Veikiant tam tikrai jėgai P , galima išmatuoti strypo poslinkį betono atžvilgiu s ir apskaičiuoti vidutinius įtempius kontakto zonoje τ . Analogišką priklausomybę galima sudaryti ir strypą veikiant skersine kryptimi jėga Q , kaip parodyta 1.1 paveiksle, b). Šiems dviem atvejams palyginti sudarytos priklausomybės tarp jėgos ir išmatuoto poslinkio, parodytos 1 paveiksle, c-e) (Cholmianskij 1980). Armatūros ir betono sąveikos tyrimai koncentruojasi ties pirmuoju atveju – kai jėga nukreipta išilgai strypo ašies. Antrasis atvejis, kai strypas veikiamas skersine kryptimi (pasitaikantis įstrižuose plyšiuose, inkarinėse detalėse), yra gana specifinis, jam aprašyti taikomi specialūs modeliai. Šiame darbe nagrinėjama tik išilgine kryptimi apkrauto strypo sąveika su betonu.

1.1.1 Sukibimo įtempių perdavimo stadijos

Iš gausių eksperimentinių tyrimų (*fib* 2000) nustatyta, kad egzistuoja keturios charakteringos armatūros ir betono sukibimo įtempių perdavimo stadijos (žr. 1.2 pav.)

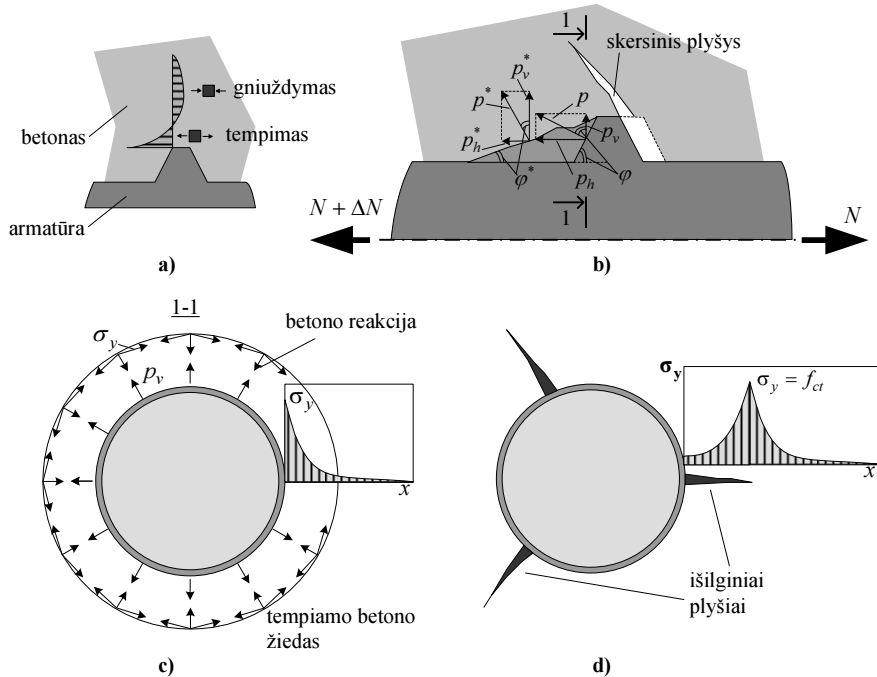
Pirmoji stadija apima nedideles sukibimo įtempių reikšmes, $\tau \leq \tau_1$ (paprastai $0,2-0,8 f_{ct}$). Šioje stadijoje daugiausia veikia cheminio sukibimo dedamoji, todėl sukibimo įtempių – slinkties diagrama yra praktiškai tiesinė (OA dalis).



1.2 pav. Sukibimo įtempių perdavimo stadijos (*fib* 2000)
Fig. 1.2. Reinforcement to concrete interaction stages (*fib* 2000)

Kai armatūra rumbuota, pirmojoje stadijoje ties rumbelių viršūnėmis susidaro didelės įtempių koncentracijos, tačiau cemento matrica dar nepleišėja (1.3 pav., a). Slinkties reikšmės šioje stadijoje yra nedidelės, išlaikoma armatūros ir betono sąlyčio zonos deformacijų darna, cheminiai ryšiai nėra suardomi. Slinktis pirmojoje stadijoje paaiškinama tuo, kad susidaro lokalias betono šlyties deformacijos sąlyčio zonoje ir skerspjuvis tampa neaplokščias (1.2 pav.).

Antrojoje stadijoje, didėjant apkrovos reikšmei, suardomi cheminiai sukibimo ryšiai ir prasideda cemento matricos mikropleišėjimas. Ties armatūros rumbeliais susidaro didelės atraminės reakcijos p į betoną (žr. 1.3 pav., b) ir pradeda vertis pasvirę skersiniai (kartais vadinami antriniai) mikroplyšiai. Skersinių vidinių plyšių susidarymą pirmasis eksperimentiškai parodė Goto (1971), todėl jie dažnai vadinami Goto plyšiais.

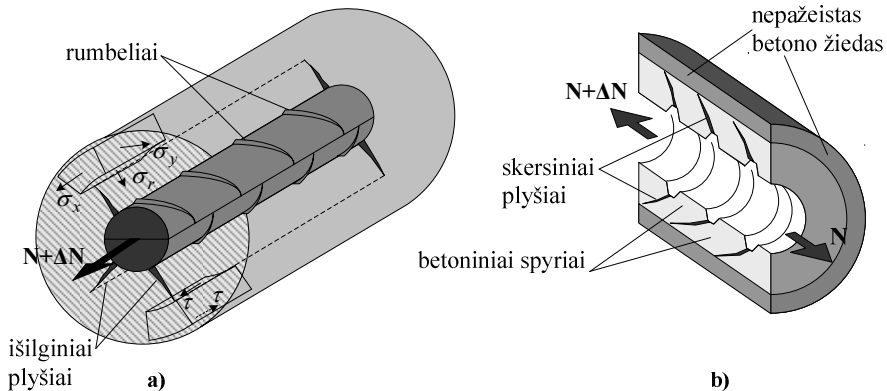


1.3 pav. Skersiniai ir išilginiai plyšiai: a) įtempių pasiskirstymas ties rumbeliais pirmosios stadijos pabaigoje, b) skersinio mikroplyšio atsivėrimas ties rumbelio viršūne; c) – tempiamo betono žiedo susidarymas aplink armatūros strypą; d) – išilginių plyšių atsivėrimas

Fig. 1.3. Secondary and splitting cracks: a) stress state at the rib in the end of the first stage; b) secondary crack at the tip of the rib; c) concrete tensile ring around the reinforcement; d) opening of the splitting crack

Trečiojoje stadijoje pasiekiami maksimalūs sukibimo įtempiai, $\tau \approx (1-3)f_{ct}$. Šioje stadijoje intensyviai plinta skersiniai ir išilginiai mikroplyšiai, o sukibimo įtempius praktiškai sudaro tik mechaninis strypų inkaravimas – rumbelių reakcija į betoną. Atsivėrus skersiniams plyšiams, susidaro atskirti pasvirę betoniniai spyriai, kurie iš vienos pusės remiasi į armatūros rumbelius, o iš kitos – į nepažeistą betono žiedą, kaip parodyta 1.4 paveiksle.

Įtempių būvis ir išilginių plyšių plitimas trečiojoje apkrovos stadijoje parodyti 1.4 paveiksle, a. Čia τ – šlyties įtempiai betone; σ_r – radialinė betono reakcija į tariamą vidinį slėgį (į jėgos projekciją p_v); σ_y – žiediniai tempimo įtempiai betone; σ_x – išilginiai įtempiai betone, perduodami tempiamosios armatūros. Įtempiams σ_x pasiekus betono tempiamąjį stiprį, atsiveria įprasti normaliniai (pagrindiniai) plyšiai. Įtempiai σ_y lemia išilginių plyšių vėrimąsi (1.3 pav. c) ir d)



1.4 pav. Trečioji sukibimo įtempių perdavimo stadija: a) betono įtempių būvis; b) skersinių plyšių plitimas

Fig. 1.4. The third stage of stress transfer: a) stress state of the concrete; b) development of secondary cracks

Ketvirtoji stadija lygiuose armatūros strypuose prasideda po cheminio ryšio suardymo. Sukibimo įtempius sudaro tik trinties dedamoji, kuri priklauso nuo šoninio slėgio. Betono susitraukimas turi teigiamą įtaką trinčiai, nes apspaudžia armatūros strypą. Trintį taip pat padidina armatūros šiurkštumas. Didėjant slinkčiai trinties dedamoji mažėja dėl paviršių dėvėjimosi, kol lygus strypas visiškai ištraukiamas.

Rumbuotuose armatūros strypuose ketvirtojoje stadijoje pasikeičia jėgos perdavimo pobūdis: pasvirę betoniniai spyriai yra nukerpami ties paviršiumi, kertančiu rumbelių viršūnes. Lemiamą įtaką šioje stadijoje turi betono kerpama-

sis stipris, apytiksliai yra lygus $f_{cs} \approx 2f_{ct}$. Nukirpus betono paviršių tarp rumbelių, ištraukimo jėgai toliau priešinasi tik trintis tarp betono paviršių. Trinties jėgos reikšmė, kartu ir sukibimo įtempiai išlieka pastovūs ($\tau \approx 0,15-0,3f_{ct}$) net ir esant ypač didelėms slinkties reikšmėms ($s \approx 5-20$ mm). Kai armatūros slinktis tampa lygi atstumui tarp rumbelių, besitrinantys betoniniai paviršiai nugaludinami ir sukibimo įtempiai pradeda greitai mažėti – įvyksta suirimas ištraukiant strypą (Eligehausen *et al.* 2013).

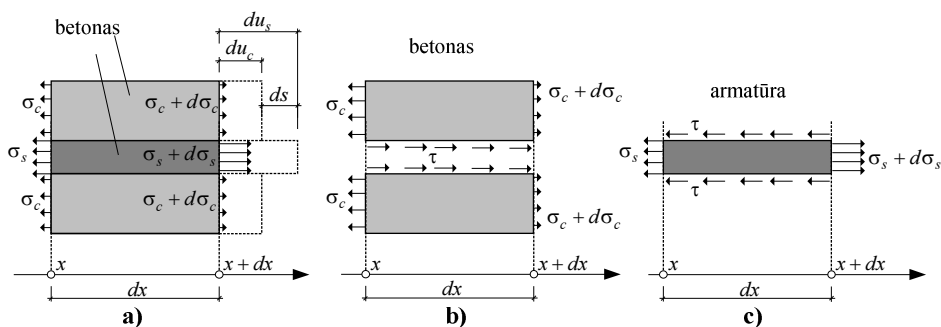
1.1.2 Diferencialinė sukibimo lygtis

Armatūros ir betono sąveikai aprašyti dažnai taikoma antros eilės diferencialinė lygtis, susiejanti sukibimo įtempius su slinktimi (Russo 1990). Ši lygtis išvedama remiantis tokiomis prielaidomis:

1. Galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė.
2. Armatūrai ir betonui galioja Huko dėsnis.
3. Kontakto zonoje nesusidaro išilginių plyšių.

Panagrinėkime nykstamai mažą gelžbetoninio elemento ruožą dx , parodytą 1.5 paveiksle, a). Tam tikrame pjūvyje x betono įtempiai yra lygūs σ_c , o armatūros – σ_s . Atstumu dx nuo šio pjūvio betono ir armatūros įtempiai pakinta atitinkamai dydžiais $d\sigma_c$ ir $d\sigma_s$. Dėl veikiančių įtempių betone ir armatūroje susidaro elementarūs poslinkiai du_c ir du_s , kuriuos galima išreikšti taip:

$$\begin{aligned} du_c &= \varepsilon_c dx \\ du_s &= \varepsilon_s dx \end{aligned} \quad (1.1)$$



1.5 pav. Elementarusis armatūros ir betono sąveikos ruožas
Fig. 1.5. Elementary reinforcement to concrete interaction zone

Slinktis yra poslinkių skirtumas tarp armatūros ir betono, todėl galima parašyti:

$$ds = du_s - du_c = \varepsilon_s dx - \varepsilon_c dx \quad (1.2)$$

Pertvarkant (2) lygtį ir diferencijuojant pagal x , gaunama:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dx} &= \varepsilon_s - \varepsilon_c; \\ \frac{d^2s}{dx^2} &= \frac{d\varepsilon_s}{dx} - \frac{d\varepsilon_c}{dx} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Gautoje lygtyje slinkti apibrėžia armatūros ir betono deformacijų pokyčiai $d\varepsilon_s$ ir $d\varepsilon_c$, susidarantys dėl kontakto zonoje veikiančių sukibimo įtempių τ . Tam, kad susietume deformacijų pokyčius su sukibimo įtempiais, panagrinėkime jėgų pusiausvyrą atskirai betoniniame elemente ir armatūroje.

Elementaraus ilgio betoniniam elementui, parodytam 1.5 paveiksle, b) iš jėgų pusiausvyros sąlygos gaunama:

$$\begin{aligned} -\sigma_c A_c + (\sigma_c + d\sigma_c) A_c + \tau \pi \phi dx &= 0; \\ d\sigma_c A_c &= -\tau \pi \phi dx \end{aligned} \quad (1.4)$$

čia A_c – betono skerspjūvio plotas; ϕ – armatūros skersmuo. Kadangi galioja Huko dėsnis, elementarų betono įtempių pokytį galima išreikšti: $d\sigma_c = d\varepsilon_c E_c$. Pasinaudojus šia išraiška (1.3) lygtį galima pertvarkyti:

$$\frac{d\varepsilon_c}{dx} = -\tau \frac{\pi D}{E_c A_c} \quad (1.5)$$

Analogiškai nagrinėjama atskiros armatūros elemento pusiausvyra, parodyta 1.5 paveiksle, c). Iš jėgų pusiausvyros sąlygos gauname:

$$\begin{aligned} -\sigma_s A_s + (\sigma_s + d\sigma_s) A_s - \tau \pi \phi dx &= 0; \\ d\sigma_s A_s &= \tau \pi \phi dx; \\ \frac{d\varepsilon_s}{dx} &= \tau \frac{\pi \phi}{E_s A_s} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Tokiu būdu armatūros ir betono deformacijų pokyčiai buvo susieti su sukibimo įtempiais τ . (1.5) ir (1.6) formulėse gautas išraiškas įstačius į (1.2) lygtį gaunama:

$$\frac{d^2s}{dx^2} = \tau \left(\frac{\pi \phi}{E_s A_s} + \frac{\pi \phi}{E_c A_c} \right) \quad (1.7)$$

Gautą išraišką patogiu pertvarkyti įvedus dydžius: $\rho = A_s / A_c$ (armavimo procentas); $n = E_s / E_c$ (tamprumo modulių santykis); $A_s = \pi \phi^2 / 4$ (esant apvaliam armatūros strypui). Įvedus šiuos pakeitimus ir pertvarkius gaunama:

$$\frac{d^2 s}{dx^2} = \tau \frac{4(1+n\rho)}{E_s D} \quad (1.8)$$

Gauta išraiška vadinama diferencialine sukibimo lygtimi (Balazs 1993). Joje daugiklis $n\rho$ parodo betono deformacijų indėlį į slinkties susidarymą. Dėl nedidelės paklaidos (kai $\rho = 0,01-0,02$ ir $n \approx 7$, paklaida sudaro 7–14 %) ir dėl prieštaravimų apibūdinant slinktį, šis daugiklis dažnai yra nevertinamas (Shima 1987; Maekawa 2003; Kankam 2003).

Diferencialinėje sukibimo lygtyje yra dvi nežinomos funkcijos: $s(x)$ ir $\tau(x)$. Norint ją išspręsti, reikia turėti papildomą funkciją, susiejančią sukibimo įtempius su slinktimi: $\tau = \tau(s)$. Reikia pažymėti, kad analizinis lygties sprendinys egzistuoja tik tam tikrais atvejais (Balazs 1993). Viena iš plačiausiai analiziniais skaičiavimams taikomų funkcijų yra tiesinė priklausomybė tarp sukibimo įtempių ir slinkties: $\tau = ks$ (čia k – kontakto zonos standumą apibūdinantis parametras). Priėmus tokį ryšį, diferencialinės sukibimo lygties sprendinys yra hiperbolinė funkcija (Cholmianskij 1981):

$$s(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx} \quad (1.9)$$

čia A ir B – konstantos nustatomos iš kraštinių sąlygų.

Pirmasis šią išraišką 1909 metais pritaikė I. Arnovljevicius nagrinėdamas kniedytų plieninių jungčių praslydimą. Armatūros ir betono kontakto zonos uždaviniams spręsti hiperbolinį sprendinį vėliau taikė Somayaji ir Shah (1981), Zabulionis *et al.* (2012), Kanakubo *et al.* (2012).

Be tiesinio, taikomi ir sudėtingesni sukibimo įtempių ir slinkties modeliai analiziniais sprendiniais gauti. Cholmianskij (1981) taikė logaritminį ir tamprų – plastinį ryšį tarp sukibimo įtempių ir slinkties bei analiziškai išsprendė (1.8) lygtį esant įvairioms kraštinėms sąlygoms. Russo (1990), Balazs (1993) diferencialinei sukibimo lygčiai spręsti naudojo laipsninę $\tau(s) = cs^a$ funkciją. Kanakubo *et al.* (2012) naudojo parabolinę $\tau(s)$ funkciją ir gautus analizinius rezultatus palygino su tiesiniu ir absoliučiai standžiu atvejais.

Išsprendus diferencialinę sukibimo lygtį gaunami visi armatūros ir betono sąveiką apibūdinantys dydžiai: slinkties ir sukibimo įtempių pasiskirstymas elemento ilgyje, armatūros ir betono įtempių ir deformacijų pasiskirstymas. Analiziniai sprendiniai yra efektyvūs ir leidžia atlikti greitą sąveikos zonos parametrinę analizę. Pagrindinis jų trūkumas yra tas, kad sprendiniai egzistuoja tik esant tam tikroms kraštinėms sąlygoms, nesudėtingos geometrijos elementams (Cholmian-

skij 1997). Kai analizinio sprendinio gauti neįmanoma, diferencialinės lygties sprendimui taikomi įvairūs skaitiniai metodai (Fantilli 1998, 2012).

1.2. Armatūros ir betono sąveikos modeliai

Atlikus gausius armatūros ir betono sąveikos tyrimus, pradėtus dar XX a. pradžioje (Abrams 1913, 1925), buvo pastebėta, kad egzistuoja tam tikras ryšys tarp deformacinių ir jėgas apibūdinančių kontakto zonos savybių. Pirmasis šį ryšį analiziškai aprašyti 1941 m. pasiūlė C. Freidfeldas, kuris taikė tiesinę sukibimo įtempių ir slinkties funkciją: $\tau(s) = ks$ (čia $k = \text{const}$). Pagal šį dėsnį apskaičiuotieji sukibimo įtempiai neribotai auga, todėl tempiamuose ir lenkiamuose elementuose nuolat turėtų susidaryti plyšiai. Tai prieštaravo eksperimentiniam elementų pleišėjimo pobūdžiui ir paskatino ieškoti kitų modelių kontakto zonos elgsenai aprašyti.

Viena reikšmingiausių eksperimentinių programų buvo atlikta vokiečių mokslininko Rehmo (1961), išbandžiusio įvairių tipų ir kraštinių sąlygų strypo ištraukimo iš betono bandinius. Remdamasis atliktais tyrimais, Rehmas pasiūlė laipsninę sukibimo įtempių ir slinkties funkciją ir analiziškai sumodeliavo armatūros ir betono kontakto zonos elgseną. Po Rehmo atliktų tyrimų netiesinius sukibimo įtempių ir slinkties modelius siūlė Nilsonas (1968), Mirza ir Houde (1979), Martinas (1973) – šių modelių matematinės išraiškos pateikiamos 1 lentelėje.

1.1 lentelė. Sukibimo įtempių ir slinkties modeliai (pagal *fib* 2000)

Table 1.1. Bond-slip models (*fib* 2000)

Autorius	Modelis	Komentarai
Rehm (1961)	$\tau = f_c (\varphi s^\alpha \pm \psi s)$	f_c – gniuždomasis betono stipris; φ , α ir ψ – empiriniai koeficientai
Nilson (1968)	$\tau = 998,4 \cdot s - 58400 \cdot s^2 + 852200 \cdot s^3$	
Mirza ir Houde (1979)	$\tau = 539,8 \cdot s - 25610 \cdot s^2 + 592200 \cdot s^3 - 5574000 \cdot s^4$	
Martin (1973)	$\tau = \tau_0 + c \cdot s^b$	τ_0 – adhezinė sukibimo dedamoji; c ir b – empiriniai koeficientai

Vėliau atlikti tyrimai ir siūlomi armatūros ir betono sąveikos modeliai rėmėsi ne tik ištraukimo, bet ir ašinio tempimo bandymo schema, buvo bandoma

įvertinti ir kitų parametrų įtaką sukibimo įtempiams (armatūros deformacijos, konstrukcinių ir technologinių veiksnių). Toliau detaliau aptariami kai kurie iš pasiūlytųjų modelių.

1.2.1. Eligehausen *et al.* 1982

Vienas iš plačiausiai iki šiol taikomų armatūros ir betono sąveikos modelių buvo pasiūlytas R. Eligehauseno, E. P. Popovo ir V. V. Bertero. Šių mokslininkų garbei modelis kartais vadinamas BEP.

Ekspimentinės programos tikslas buvo aprašyti gelžbetoninių kolonų ir sijų mazgų elgseną esant didelėms plastinėms deformacijoms, pasireiškiančioms žemės drebėjimų metu. Buvo pagaminta ir išbandyta 120 bandinių, imituojančių sijos ir kolonos mazgą. Bandymo schema buvo panaši į standartinį strypo ištraukimo bandymą: trijų skirtingų skersmenų strypai (19, 25 ir 32 mm) traukiami iš betoninės $7 \times 15 \text{ Ø}$ (čia Ø – armatūros skersmuo) prizmės, poslinkių kontrolės metodu. Tiriami armatūros ir betono sąveikos parametrai buvo šie: armatūros skersmuo, skersinės armatūros įtaka, betono stipris, atstumas tarp ištraukiamų strypų, apkrovimo greitis.

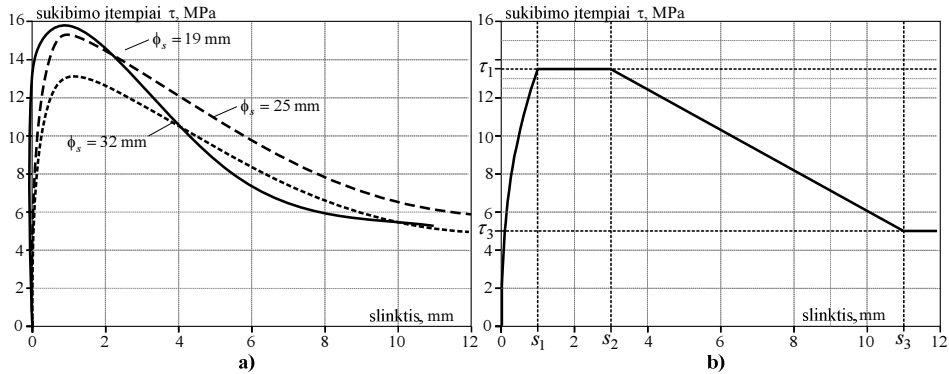
Tipinės sukibimo įtempių ir slinkties diagramos, gautos ištraukiant 19, 25 ir 32 mm skersmens strypus iš 30 MPa stiprio betono, parodytos 1.6 paveiksle, a). Analizuodami gautus rezultatus, autoriai pastebi:

1. Gaunamos sukibimo įtempių ir slinkties diagramos strypo tempimo atveju praktiškai identiškos ir strypą gniuždant.
2. Krentančioji diagramos dalis tampa pastovi esant slinkčiai, apytiksliai lygiai atstumui tarp strypo rumbelių. 19, 25 ir 32 mm skersmens strypams šis atstumas atitinkamai sudarė 7,5; 11 ir 10,5 mm.
3. Sukibimo įtempiai yra proporcingi $f_c^{0,5}$ (čia f_c – gniuždomasis betono stipris).
4. Sukibimo įtempiai nežymiai didėja, didinant atstumą tarp bandomų strypų.
5. Esant išoriniam apspaudimui, statmenam išilginių plyšių plitimo plokštumai, didėja maksimalūs sukibimo įtempiai ir krentančiosios dalies įtempiai.

Bandymo rezultatams aprašyti buvo pasiūlyta analizinė išraiška, parodyta 1.6 paveiksle, b). Kylanti netiesinė diagramos dalis (kai slinktis $s < s_1$) aprašoma laipsnine funkcija:

$$\tau = \tau_1 \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad (1.10)$$

čia τ_1 – maksimalūs sukibimo įtempiai, proporcingi proporcingi $f_c^{0,5}$; s_1 – slinktis, atitinkanti sukibimo įtempių maksimumą; α – laipsnio rodiklis, priklausantis nuo armatūros tipo.



1.6 pav. Bertero-Eligehausen-Popov armatūros ir betono sąveikos modelis: a) sukibimo įtempių ir slinkties diagramos, gautos ištraukiant 19, 25 ir 32 mm skersmens strypus; b) analizinė sukibimo įtempių ir slinkties priklausomybė (pagal Eligehausen *et al.* 1982)

Fig. 1.6. Bertero-Eligehausen-Popov bond-slip law: a) bond-slip relationships obtained from 19, 25 and 32 mm diameter bars; b) analytical bond-slip relationship (adopted from Eligehausen *et al.* 1982)

Kai slinkties reikšmė $s_1 \leq s \leq s_2$, sukibimo įtempiai τ lieka pastovūs $\tau = \tau_1$. Nuo slinkties $s = s_2$ iki $s = s_3$ įtempiai pradeda tiesiškai mažėti iki reikšmės τ_3 . Paskutiniuojuose stadijoje įvyksta armatūros ir betono kontakto pažeidimas, sukibimo įtempiai perduodami tik trintimi ir liekamieji įtempiai τ_3 išlieka pastovūs iki neribotos slinkties reikšmės.

Gautiems eksperimentiniams rezultatams aprašyti autoriai pasiūlė taikyti tokias slinktį ir sukibimo įtempius apibūdinančių parametų reikšmes: $\tau_1 = 13,5$ MPa; $\tau_3 = 5$ MPa; $s_1 = 1$ mm; $s_2 = 3$ mm; $s_3 = 11$ mm; $\alpha = 0,4$.

Eligehauseno *et al.* (1982) pasiūlytas armatūros ir betono sąveikos modelis buvo įtrauktas į pasaulines projektavimo rekomendacijas CEB-FIP (1990) ir vėliau į atnaujintą jų versiją Model Code (2010). Pastarosiose rekomendacijose modelis papildytas parametru τ_1 ; τ_3 ; s_1 ; s_2 ; s_3 ; α išraiškomis esant įvairiems apkrovimo atvejams, taip pat papildomai įvertinama armatūros deformacijų ir išorinio slėgio įtaka sukibimo įtempiams.

Eligehauseno *et al.* (1982) pasiūlytas modelis yra patogus dėl paprastos jo skaitinės realizacijos, taip pat modeliuojant armatūros ir betono sąveiką esant ypač didelėms slinkties reikšmėms (konstrukcijų saugos ribinį būvį). Vis dėlto, taikant šį modelį konstrukcijų tinkamumo ribinio būvio analizei dažnai gaunami

eksperimentams prieštarinti rezultatai: didėjantis elementų standumas augant apkrovai, nesumodeliuojama plyšių stabilizavimosi stadija (Wu ir Gilbert 2009).

1.2.2. Shima *et al.* 1987

Japonijos mokslininkas H. Shima kartu su bendraautoriais L. L. Chou ir H. Okamura atliko plačią eksperimentinę armatūros ir betono sąveikos programą. Autoriai pastebėjo, kad iki tol atlikti eksperimentiniai armatūros ir betono sąveikos tyrimai ir pasiūlytieji modeliai pasižymėjo ypač didele sklaida. To priežastys buvo skirtingi bandymo metodai, nevienodų savybių medžiagos, skirtingos kraštinės sąlygos. Shima *et al.* (1987) norėjo pasiūlyti universalų armatūros ir betono sąveikos dėsnį, kuris galėtų būti taikomas bet kokiems armuoto betono elementams. Tam tikslui buvo sudaryta eksperimentinė programa, apimanti penkias skirtingas bandinių grupes:

1. Strypo ištraukimo bandinius, su skirtingu inkaravimo betone ilgiu: 5, 10, 15, 20, 30, 40Ø (čia Ø – armatūros skersmuo). Šiuose bandiniuose armatūros deformacija ties laisvuju galu yra lygi nuliui, o slinktis nelygi nuliui.
2. Ašinio tempimo bandinius. Inkaravimo ilgis juose sudarė 40Ø. Šiuose bandiniuose slinktis ties elemento centru buvo lygi nuliui, o deformacija nelygi nuliui.
3. Ištraukimo bandinius, naudojant įprastą plieninę ir mažesnio tampumo modulio aliumininę armatūrą.
4. Ištraukimo bandinius ypač mažu (2Ø) inkaravimo ilgiu.
5. Didelio inkaravimo ilgio (50Ø) ištraukimo bandinius. Šiuose bandiniuose deformacija ir slinktis ties laisvuju elemento galu yra lygi nuliui.

Bandiniai buvo betonuojami masyviame, 500 mm skersmens betoniniame cilindre. Toks didelis matmuo buvo pasirinktas, kad būtų išvengta išilginių plyšių susidarymo. Siekiant nustatyti armatūros deformacijų pasiskirstymą, ant visų bandinių buvo klijuojami 5 mm bazės tenzojutikliai (ant armatūros paviršiaus). Sukibimo įtempiai ir slinktis buvo apskaičiuojama remiantis tenzojutiklių parodymais. Skirtingų bandinių rezultatai apdoroti sudarant sukibimo įtempių ir normalizuotos slinkties (slinktį dalinant iš armatūros skersmens) diagramas.

Eksperimentiniai rezultatai parodė, kad gaunamos sukibimo įtempių ir normalizuotos slinkties diagramos siskiriasi priklausomai nuo inkaravimo ilgio ir bandinio tipo. Šiuos skirtumus autoriai aiškino nevienodu deformacijų būviu bandiniuose. Buvo pasiūlyta sukibimo įtempius skaičiuoti kaip dviejų funkcijų sandaugą:

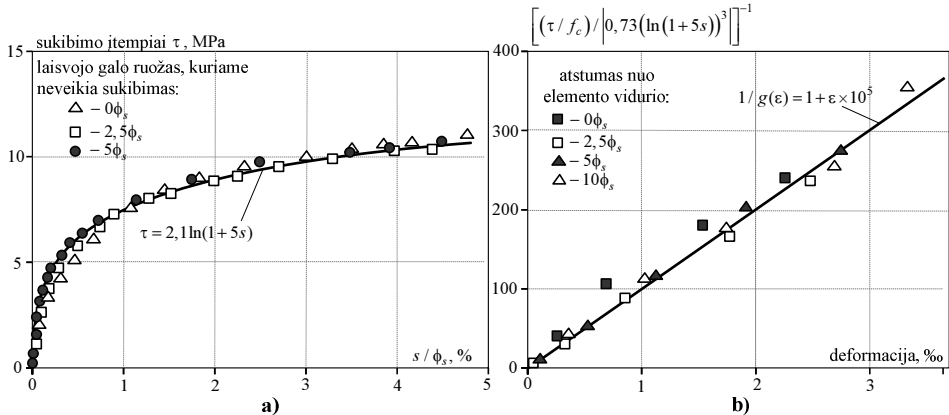
$$\tau = \tau_0(s) \cdot g(\varepsilon) \quad (1.11)$$

čia $\tau_0(s)$ – sukibimo įtempių priklausomybė nuo slinkties, kai deformacija yra lygi nuliui; $g(\varepsilon)$ – funkcija, įvertinanti armatūros deformacijų įtaką.

Nė vienos iš šių dviejų funkcijų eksperimentiškai nėra įmanoma nustatyti. Apytiksliai funkcija $\tau_0(s)$ gali būti nustatyta iš ypač trumpo inkaravimo ilgio bandinių, kuriuose armatūros deformacija yra santykinai maža. Ypač trumpo inkaravimo ilgio bandinių sukibimo įtempių ir normalizuotos slinkties diagramos parodytos 1.6 paveiksle, a). Eksperimentiniai taškai aproksimuoti logaritmine kreive:

$$\tau = 2,1 \ln(1 + 5S) \quad (1.12)$$

čia S – normalizuota slinktis, $S = 1000s / \phi$ (čia s – slinktis).



1.6 pav. Sukibimo įtempių, slinkties ir deformacijos dėsnio išvedimas: a) sukibimo įtempių ir slinkties diagrama nustatyta iš ypač trumpo inkaravimo ilgio bandinių; b) deformacijų įtaką įvertinančios funkcijos nustatymas iš centriškai tempiamų elementų (pagal Shima *et al.* 1987)

Fig. 1.6. Derivation of bond-slip-strain law: a) bond-slip relationship derived from short anchorage specimens; b) function which takes into account influence of steel strain (adopted from Shima *et al.* 1987)

Naudojantis (1.11) išraiška ir įvertinus, kad sukibimo įtempiai yra proporcingi gniuždomajam betono stipriui, funkcija $\tau_0(s)$ išreiškiama taip:

$$\tau_0(s) = k \cdot f_c (\ln(1 + 5s))^c \quad (1.13)$$

čia f_c – gniuždomasis betono stipris, k ir c – empiriniai koeficientai. Aptariamojo tyrimo autoriai siūlo naudoti $k = 0,73$ ir $c = 3$ reikšmes.

Deformacijas įvertinanti funkcija $g(\varepsilon)$ išreiškiama iš (1.11) ir (1.13) formulų:

$$g(\varepsilon) = \frac{\tau}{\tau_0(s)} = \frac{\tau}{0,73 f_c (\ln(1+5s))^3} \quad (1.14)$$

Dešinėsios (1.14) lygties pusės kitimas, priklausomai nuo deformacijos armatūroje parodytas 1.6 paveiksle, b). Eksperimentinius taškus autoriai pasiūlė aproksimuoti lygtimi:

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \varepsilon \times 10^5} \quad (1.15)$$

Nustačius funkcijas $\tau_0(s)$ ir $g(\varepsilon)$, gaunamas sukibimo įtempių – slinkties – deformacijų dėsnis:

$$\tau = \frac{0,73 \cdot f_c (\ln(1+5s))^3}{1 + \varepsilon \times 10^5} \quad (1.16)$$

Kaip ir Eligehauseno *et al.* (1982), Shimos *et al.* (1987) armatūros ir betono sąveikos modelis buvo išvestas taikant strypo ištraukimo bandymo schemą. Išilginių plyšių įtakai sumažinti, Shima *et al.* (1987) naudojo net 500 mm skersmens betonines prizmes. Kelių dešimčių centimetrų apsauginis betono sluoksnis retai pasitaiko realiose konstrukcijose, kuriuose išilginiai plyšiai yra įprastas reiškinys. Autoriai pripažino, kad išilginio pleišėjimo efektui įvertinti reikalingi papildomi tyrimai ir specialūs armatūros ir betono sąveikos modeliai.

1.2.3. Cholmianskij 1997

Rusijos mokslininkas M. M. Cholmianskis armatūros ir betono sąveikos tyrimus atliko ir pirmąsias publikacijas paskelbė XX a. septintajame dešimtmetyje. Daugiau nei keturis dešimtmečius trukusių tyrimų sritis apėmė tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų modeliavimą, inkarnių detalių ir inkaravimo ilgio skaičiavimą, įvairių tipų armatūros sukibimą su betonu.

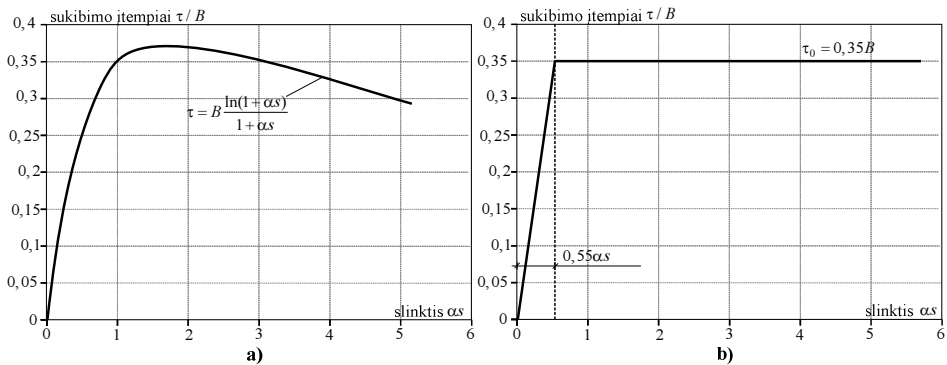
M. M. Cholmianskis pabrėžia, kad geriausiai slinkties ir sukibimo įtempių susidarymo reiškinį atliekant strypo ištraukimo bandymus galima aprašyti taikant logaritminę funkciją:

$$\tau(s) = B \frac{\ln(1 + \alpha s)}{1 + \alpha s} \quad (1.17)$$

čia B ir α – empiriniai koeficientai, apibūdinantys tam tikros armatūros sukibimą su betonu.

Pasiūlytas logaritminis dėsnis tiksliai aprašo pradinę sukibimo įtempių sudarymo stadiją, kai prasidedant betono pažeidimui ir mikropleišėjimui, sukibimo įtempių ir slinkties diagrama įgyja netiesinį pobūdį. Be to, šiuo modeliu galima aprašyti ir stebimą eksperimentinį sukibimo įtempių mažėjimą esant ypač didelėms slinkties reikšmėms. Grafinė pasiūlyto modelio interpretacija parodyta 1.7 paveiksle, a).

Kai nagrinėjamas uždavinys, kuriame slinkties reikšmė nėra didelė (pavyzdžiui apskaičiuojant leistiną plyšio plotį), galima taikyti paprastesnį tamprų – plastinį modelį, parodyta 1.7 paveiksle, b). Pradinėse apkrovimo stadijose šiuo modeliu apskaičiuotieji sukibimo įtempiai praktiškai nesiskiria nuo logaritminio dėsnio.



1.7 pav. Sukibimo įtempių ir slinkties modeliai: a) logaritminis; b) tamprus – plastinis (pagal Cholmianskij 1997)

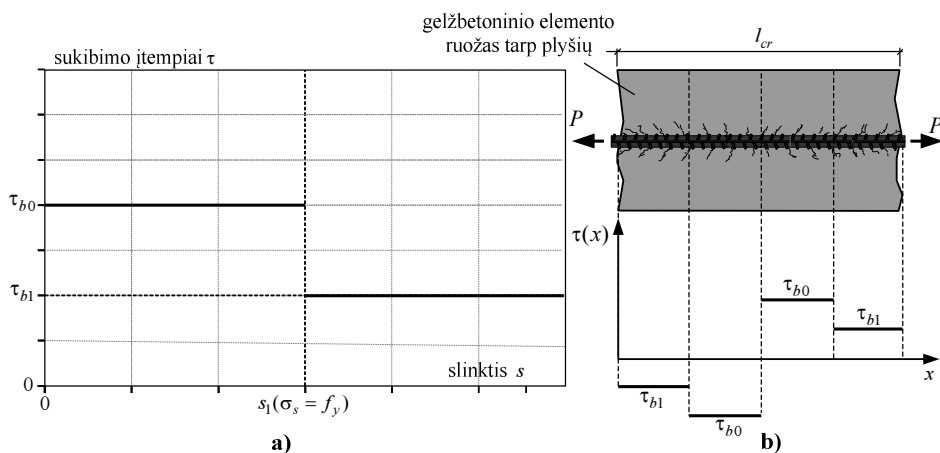
Fig. 1.7. Bond-slip models: a) logarithmic; b) elastic-plastic (Adopted from Cholmianskij 1997)

Cholmianskio pasiūlytas sąveikos modelis atspindi bendrus armatūros ir betono sąveikos dėsningumus: tamptai tiesinę kontakto zonos elgseną esant nedidelėms apkrovos reikšmėms ir netiesinį diagramos pobūdį didėjant apkrovai ir armatūros slinkčiai. Norint taikyti pasiūlytąjį modelį konstrukcijų analizei, tam tikrais metodais turi būti nustatytos empirinių koeficientų B ir α reikšmės. Šių koeficientų nustatymas lieka atviras klausimas, priklausantis nuo konkretaus sprendžiamo uždavinio.

1.2.4. Marti *et al.* 1998

Visuose iki šiol aptartuose armatūros ir betono sąveikos modeliuose sukibimo įtempiai priklausė nuo slinkties dydžio. Nors tokia priklausomybė yra grindžiama bendrais sukibimo mechanikos dėsniais, taip pat stebima ir eksperimentiškai, tačiau tam tikros funkcijos $\tau(s)$ taikymas apsunkina praktinių uždavinių sprendimą (elemento deformacijų, pleišėjimo, plastinių šarnyrų skaičiavimą). Net ir taikant tiesiškai tamprią priklausomybę tarp slinkties ir sukibimo įtempių, tiek analiziniai, tiek skaitiniai sprendimo algoritmai nėra paprasti ir gaunamos netiesinės armatūros deformacijų, slinkties ir sukibimo įtempių pasiskirstymo kreivės (Zabulionis *et al.* 2012).

Marti *et al.* (1998) pasiūlė supaprastintą, bet kai kuriems praktiniams uždaviniams pagrįstai tikslių sukibimo įtempių ir slinkties modelį, schematiškai parodytą 1.8 paveiksle, a). Pagal šį modelį sukibimo įtempiai yra pastovūs ir nepriklauso nuo armatūros slinkties. Kai deformacija armatūroje yra mažesnė nei jos takumo riba, siūloma naudoti $\tau_{b0} = 2f_{ct}$ (čia f_{ct} – tempiamasis betono stipris). Įtempiams armatūroje pasiekus takumą, sukibimo įtempiai staiga sumažėja iki $\tau_{b1} = f_{ct}$. Tokiu būdu gelžbetoniniame elemente gaunamas laiptuotas sukibimo įtempių pasiskirstymas, kaip parodyta 1.8 paveiksle, b).



1.8 pav. Supaprastintas armatūros ir betono sąveikos modelis: a) laiptuota sukibimo įtempių diagrama; b) sukibimo įtempių pasiskirstymas elemento ruože tarp plyšių (pagal Marti *et al.* 1998)

Fig. 1.8. Simplified bond-slip model: a) stepwise distribution of bond stresses; b) distribution of bond stresses between cracks (adopted from Marti *et al.* 1998)

P. Marti kartu su bendraautoriais M. Alvarezu, W. Kaufmannu ir V. Sigristu pritaikė siūlomą supaprastintą modelį plastinių šarnyrų analizei, pleišėjimo, deformacijų skaičiavimo uždaviniams spręsti. Buvo parodyta, kad tam tikrais atvejais šis paprastas modelis gali būti taikomas gaunant apytikslius kiekybinius rezultatus. Vis dėlto, tiksliai armuoto betono pleišėjimo ir deformacijų analizei pasiūlytas modelis nėra tinkamas dėl pernelyg supaprastintos kontakto zonos elgsenos.

1.2.5. Hong ir Park 2012

Nors tyrėjai dažniausiai siekia gauti lokalios sąveikos dėsni, sukibimo įtempiams didelės įtakos turi konstrukciniai ir technologiniai veiksniai: elementų skersinis armavimas, armatūros tipas, betonavimo technologija, strypų padėtis. Armatūros ir betono sąveikos modelyje, pasiūlytame Hongo ir Parko (2012) siekiama įvertinti šiuos veiksnius, taikant specialius koreguojančius koeficientus. Remdamiesi Shimos *et al.* (1987) ir Ikki *et al.* (1996) atliktais tyrimais, autoriai pasiūlė tokį sukibimo įtempį ir slinkties modelį:

$$\tau(s) = k \cdot f_c^{2/3} \left(1 - e^{(-4500(s/\phi_s)^{1,45})} \right)^{0,5} \cdot e^{(-5(s/\phi_s) + 5,5 f_r^{0,9})} \quad (1.18)$$

čia f_c – gniuždomasis betono stipris; ϕ_s – armatūros skersmuo; f_r – armatūros sukibimo indeksas, apskaičiuojamas kaip armatūros rumbelio skerspjuvio ploto ir strypo paviršiaus ploto tarp dviejų rumbelių santykis.

Koeficientu k įvertinamas skirtingų technologinių ir konstrukcinių veiksnių įtaka sukibimo įtempiams. Strypui betonavimo metu esant vertikaloje padėtyje:

$$k = 0,2 \cdot e^{(-4,5 + 55(3,06 f_r - 0,24)) \cdot 100 / A_c} \quad (1.19)$$

čia A_c – betono skerspjuvio plotas.

Strypui betonavimo metu esant vertikaloje padėtyje ir naudojant skersines apkabas:

$$k = 0,2 \cdot k_{sh} \cdot e^{(-4,5 + 55(3,06 f_r - 0,24)) \cdot 100 / A_c} \quad (1.20)$$

čia k_{sh} – koeficientas, įvertinantis skersinių apkabų įtaką. Kai strypai betonavimo metu yra vertikaloje padėtyje, tai $k_{sh} = 1$.

Kai strypas betonavimo metu yra horizontalioje padėtyje, koeficientas k apskaičiuojamas:

$$k = 0,2 \cdot e^{(-4,5 + 55 f_r) \cdot 100 / A_c} \quad (1.21)$$

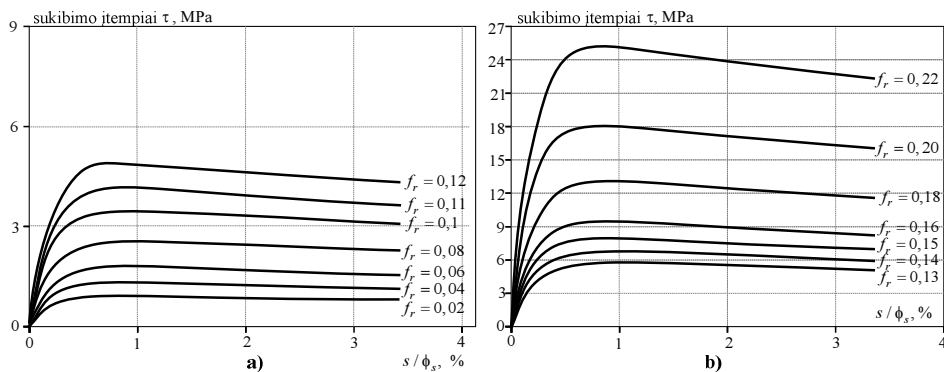
Strypui betonavimo metu esant horizontalioje padėtyje ir naudojant skersines apkabas:

$$k = 0,2 \cdot k_{sh} \cdot e^{(-4,5+55f_r) \cdot 100/A_c} \quad (1.22)$$

Strypams betonavimo metu esant horizontalioje padėtyje $k_{sh} = 0,85$.

Autoriai pastebi, kad susidarantys sukibimo įtempiai yra proporcingi $f_c^{2/3}$. Strypo skersmens įtakai įvertinti, panašiai kaip ir Shimos *et al.* (1987) pasiūlytame modelyje, taikoma armatūros skersmens atžvilgiu normalizuota slinktis.

Pagal (18) formulę apskaičiuotos sukibimo įtempių ir normalizuotos slinkties diagramos, esant skirtingiems armatūros sukibimo indeksams, parodytos 1.9 paveiksle, a) ir b). Galima pastebėti, kad į armatūros ir betono sąveikos modelį įtrauktas sukibimo indeksas iš esmės nulemia gaunamų diagramų formą.



1.9 pav. Sukibimo įtempių ir normalizuotos slinkties diagramos: a) $0,02 \leq f_r \leq 0,12$; b) $0,13 \leq f_r \leq 0,22$ (pagal Hong ir Park 2012)

Fig. 1.9. Bond-normalized slip diagrams: a) $0,02 \leq f_r \leq 0,12$; b) $0,13 \leq f_r \leq 0,22$ (adopted from Hong and Park 2012)

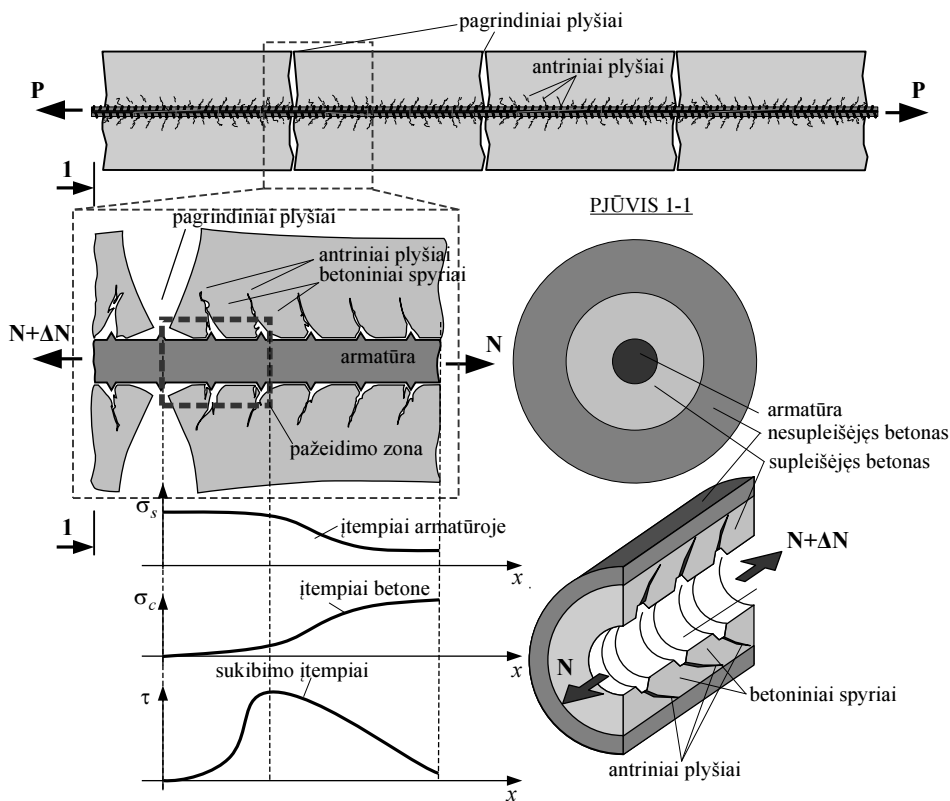
Hong ir Park (2012) pasiūlytame modelyje įvertinama armatūros tipo ir technologinių veiksnių įtaka sukibimo įtempiams. Konstrukciniai veiksniai pasiūlytame modelyje nėra nagrinėjami, jų įtaka armatūros ir betono sąveikai toliau išliko tyrimų objektas.

1.3. Pažeidimo zonos modeliai

Praeitame poskyryje aptarti armatūros ir betono sąveikos modeliai tinka didžiajai daliai kontakto zonos aprašyti. Lokaliuose zonose šalia plyšių, taip pat prie

konstrukcijos paviršiaus vyksta lokalus kontakto zonos pažeidimas ir įprasti armatūros ir betono sąveikos dėsniai nebegalioja (Cholmianskij 1997).

Šį reiškinį galima paaiškinti antrinių plyšių susidarymu. Kaip aptarta 1.1 poskyryje, antriniai plyšiai veriasi ties rumbelių viršūnėmis ir sudaro supleišėjusio betono sritį aplink armatūrą. Šioje supleišėjusioje srityje galima išskirti tarsi betoninius spyrius, kurie iš vienos pusės remiasi į armatūros rumbelius, o iš kitos – į nesupleišėjusį betoną (1.10 pav.). Ties plyšio plokštuma susidaryę betoniniai spyriai nebegali remtis į nesupleišėjusį betoną, jie yra sulenkiami ir suyra, įvyksta vietinis betono praspaudimas (Ruiz *et al.* 2007). Tokiu būdu zonoje šalia plyšio pažeidžiamas betonas ir staiga sumažėja sukibimo įtempiai.



1.10 pav. Pažeidimo zona šalia plyšio plokštumos

Fig. 1.10. Damage zone near the crack face

Kaip parodyta 1.10 paveiksle, sukibimo įtempių kitimas pažeidimo zonoje yra kitoks nei likusioje elemento dalyje: šie įtempiai visada yra lygūs nuliui ties plyšio plokštuma ir pasiekia maksimumą tam tikru atstumu nuo plyšio. Atitinkamai kinta ir armatūros įtempiai: pažeidimo zonoje armatūros įtempių diagrama turi charakteringą persilenkimo tašką (atitinkantį sukibimo įtempių maksimumą).

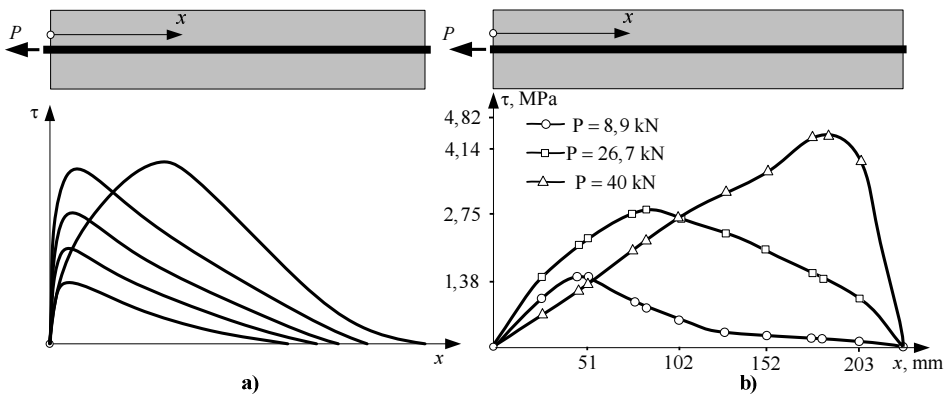
Kitoks sukibimo įtempių pasiskirstymas pažeidimo zonoje iš principo prieštarauja bendrai priimtiems armatūros ir betono sąveikos dėsniams, pagal kuriuos didėjant slinkčiai turi didėti ir sukibimo įtempiai. Pažeidimo zonoje turi būti įvestas kitas įtempių susidarymo modelis, kuriame slinktis nebūtų vienintelis sukibimo įtempius charakterizuojantis dydis.

Nors bendrai sutariama apie pažeidimo zonos egzistavimą ir svarbą modeliuojant armuoto betono konstrukcijas, jos dydis iki šios nėra tiksliai nustatytas. Tam įtakos turi sudėtinga armatūros ir betono sąveika, kuri šiuo atveju jau pereina į mikroygmenį. Toliau pateikiami kai kurie pasiūlytieji pažeidimo zonos modeliavimo metodai.

1.3.1. Cholmianskij 1981

Rusijos moksliniame institute „VNII Zhelezobeton“ atlikti armatūros ir betono sąveikos tyrimai (Cholmianskij 1959) leido įvertinti kai kuriuos slinkties ir sukibimo įtempių susidarymo dėsningumus, taip pat eksperimentiškai buvo matuojamas sukibimo įtempių pasiskirstymas pažeidimo zonoje. Buvo nustatyta, kad taikant vienodą armatūros ir betono sąveikos dėsni visam nagrinėjamo gelžbetoninio elemento ilgiui, gaunami prieštaringi eksperimentams rezultatai (Cholmianskij 1981). Šis prieštaravimas kyla dėl kitokio armatūros ir betono sąveikos pobūdžio kraštinėse apkrauto elemento zonose, kuriose pastebimas betono ir armatūros kontakto pažeidimas. Eksperimentiškai nustatytas sukibimo įtempių pasiskirstymas pažeidimo zonoje, esant įvairiems apkrovos lygiams pateiktas 1.11 paveiksle, a).

Iš pateiktos diagramos galima pastebėti, kad sukibimo įtempiai τ ties apkrautuoju armatūros galu visada yra lygūs nuliui dėl pasireiškiančio vietinio praspaudimo reiškinių. Tolstant nuo elemento apkrautojo galo, sukibimo įtempiai greitai auga ir tam tikru atstumu pasiekia maksimalią reikšmę. Reikia pastebėti, kad šis atstumas didėjant apkrovai taip pat didėja – tai leidžia padaryti prielaidą apie kintantį pažeidimo zonos dydį. Analogiškas reiškinys eksperimentiškai buvo užfiksuotas Perry ir Thompsono (1966), kurie matavo sukibimo įtempių pasiskirstymą ekscentrinio stypo ištraukimo bandiniuose. Buvo pastebėta, kad didėjant apkrovai, sukibimo įtempių maksimumas palaipsniui juda nuo apkrautojo link laisvojo elemento galo (1.11 pav., b).



1.11 pav. Eksperimentiškai nustatytas sukibimo įtempių pasiskirstymas greta plyšio plokštumos: a) pagal Cholmianskij 1981; b) pagal Perry ir Thompson 1966

Fig. 1.11. Experimental distribution of bond stresses near the crack face: a) according to Cholmianskij 1981; b) according to Perry and Thompson 1966

Nors eksperimentiniai duomenys ir parodė, kad pažeidimo zona kinta priklausomai nuo elemento apkrovimo lygio, tačiau techniniams uždaviniams spręsti buvo pasiūlytas supaprastintas pažeidimo zonos vertinimo modelis, imant kad sukibimo įtempiai yra lygūs nuliui $3\emptyset$ (čia \emptyset – armatūros skersmuo) atstumu nuo plyšio plokštumos.

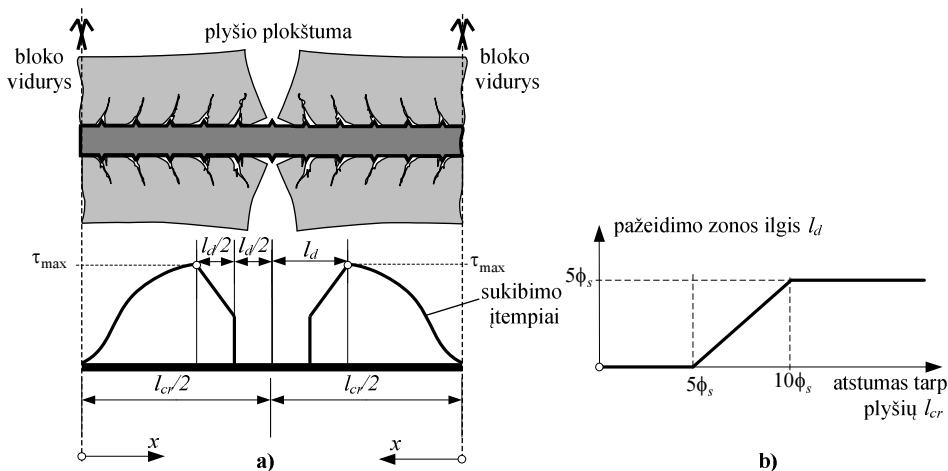
1.3.2. Salem ir Maekawa 1999

Japonijos mokslininkų darbuose pabrėžiama pažeidimo zonos svarba modeliuojant armuoto betono konstrukcijų pleišėjimą ir deformacijas, ypač armatūrai pasiekus takumo ribą (Qureshi 1993; Salem ir Maekawa 1999; Maekawa 2003). Armatūra takumo įtempius pirmiausia pasiekia plyšyje, toliau plastinė zona plinta tolstant nuo plyšio, o jos dydis, iš esmės, yra kontroliuojamas armatūros ir betono sukibimo. Plastinių zonų dydžiams įvertinti būtina tiksliai aprašyti armatūros ir betono sąveiką pažeidimo zonoje. Salem ir Maekawa (1999) pasiūlė modelį, pagal kurį atstumu $5\emptyset$ iki plyšio plokštumos sukibimo įtempiai pradeda tiesiškai mažėti. Šiam atstumui esant $2,5\emptyset$, sukibimo įtempiai tampa lygūs nuliui:

$$\begin{aligned}\tau(x) &= \tau_{\max} - \frac{\tau_{\max}}{l_d} \left[x - \left(\frac{l_{cr}}{2} - l_d \right) \right], \quad \text{kai } \left(\frac{l_{cr}}{2} - l_d \right) \leq x \leq \left(\frac{l_{cr}}{2} + \frac{l_d}{2} \right) \\ \tau(x) &= 0, \quad \text{kai } \left(\frac{l_{cr}}{2} - \frac{l_d}{2} \right) \leq x \leq \left(\frac{l_{cr}}{2} \right)\end{aligned}\quad (1.23)$$

čia l_d – pažeidimo zonos dydis ($l_d = 5\emptyset$); l_{cr} – atstumas tarp plyšių. Grafiškai šis modelis parodytas 1.12 paveiksle, a).

Stipriai armuotiems elementams, kai atstumas tarp plyšių tampa mažesnis nei $5\emptyset$, pagal pasiūlytąjį modelį visas elementas būtų tik pažeidimo zonoje. Todėl autoriai siūlo papildomai apriboti pažeidimo zonos dydį: kai atstumas tarp plyšių yra mažesnis nei $5\emptyset$, pažeidimo zona išnyksta. Kai atstumas tarp plyšių tampa didesnis nei $10\emptyset$, galioja anksčiau aprašytas modelis. Tarpinės pažeidimo zonos reikšmės gaunamos tiesiškai interpoliuojant, kaip parodyta 1.12 paveiksle, b).



1.12 pav. Sukibimo įtempių pasiskirstymas greta plyšio (pagal Salem ir Maekawa 1999)

Fig. 1.12. Bond stresses near the crack (adopted from Salem and Maekawa 1999)

Salemo ir Maekawa (1999) pasiūlytas pažeidimo zonos modelis nėra pagrįstas eksperimentais duomenimis, autoriai siūlo naudoti $5\emptyset$ remdamiesi armuoto betono elementų skaitinio modeliavimo rezultatais. Pasiūlytas modelis tinka elementams ribinėje irimo stadijoje modeliuoti, armatūrai pasiekus takumo ribą. Pažeidimo zonos modelis apkrovimo stadijoms iki elemento irimo Japonijos mokslininkų darbuose nebuvo pasiūlytas.

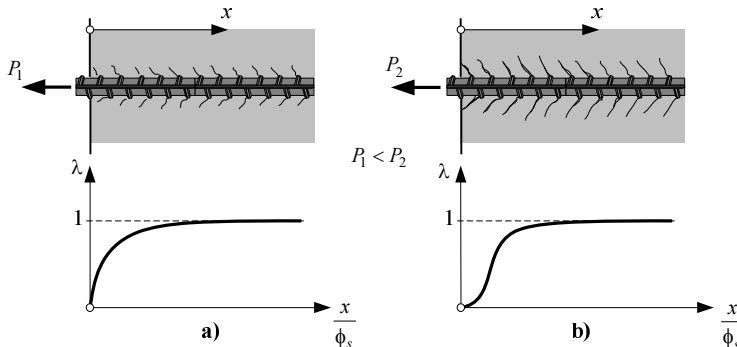
1.3.3. Ruiz *et al.* 2007

Armatūros ir betono sąveika ir pažeidimo zona buvo plačiai nagrinėta Šveicarijos Lozanos universiteto mokslininkų grupės darbuose (Ruiz *et al.* 2007, Muttoni ir Ruiz 2012). Sukibimo įtempių kitimas pažeidimo zonoje aprašomas taikant koeficientą λ :

$$\tau(\varepsilon_s, x) = \tau_{po}(\varepsilon_s)\lambda \quad (1.24)$$

čia $\tau_{po}(\varepsilon_s)$ – sukibimo įtempių funkcija, nustatyta taikant standartinį strypo ištraukimo bandymą.

Koeficientas λ bendru atveju priklauso nuo armatūros deformacijos ir atstumo nuo plyšio plokštumos: $\lambda = f(\varepsilon_s, x)$. Jo skaitinė reikšmė visada yra mažesnė už vienetą: $\lambda \leq 1$. Kai λ artėja prie vieneto, pažeidimo zonos įtaka sukibimo įtempiams tampa nereikšminga. Grafinė šio koeficiento prasmė, esant skirtingiems apkrovos ir deformacijos lygiams, parodyta 1.13 paveiksle.



1.13 pav. Koeficientas λ : a) esant mažoms apkrovos ir deformacijos reikšmėms; b) esant didelėms apkrovos reikšmėms (pagal Ruiz *et al.* 2007)

Fig. 1.13. Coefficient λ : a) case of small loading and strain rate; b) case of advanced loading and strain rate (adopted from Ruiz *et al.* 2007)

Koeficientas λ apskaičiuojamas:

$$\lambda(x) = 1 - \exp\left[-\frac{x}{\phi_s}\right] \quad (1.25)$$

čia ϕ – armatūros skersmuo.

Nors bendruoju atveju koeficientas λ priklauso nuo deformacijos lygmens ir atstumo nuo plyšio plokštumos, autoriai pasiūlė tik supaprastintą 1.25 išraišką, kurioje armatūros deformacijos nevertinamos. Šią prielaidą autoriai paaikškino sudėtingai įvertinama armatūros deformacijos įtaka pažeidimo zonos dydžiui.

1.3.4. Model Code

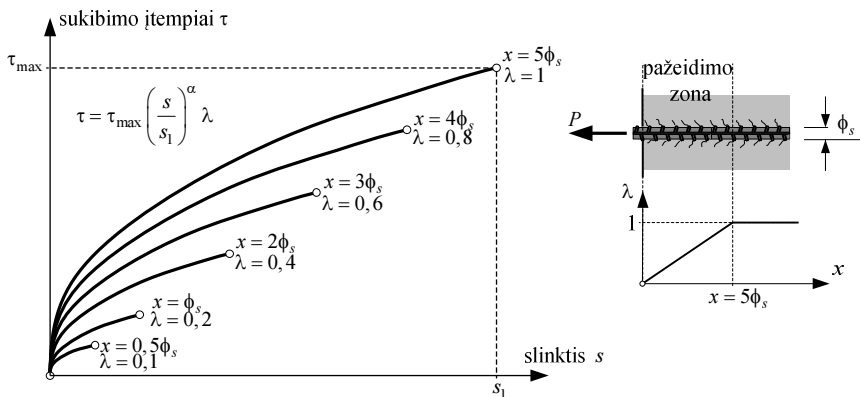
Pasaulinėse armuoto betono konstrukcijų projektavimo rekomendacijose Model Code (1990) įtempių pasiskirstymas pažeidimo zonoje įvertinamas modifikuojant plačiai žinomą BEP sukibimo įtempių ir slinkties funkciją:

$$\tau = \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^{\alpha} \lambda \quad (1.26)$$

Koeficientu λ įvertinamas sukibimo įtempių kitimas artėjant prie plyšio plokštumos. Armatūros ir betono sąveikos ruožams, esantiems arčiau nei 5ϕ (čia ϕ – armatūros skersmuo) nuo plyšio, koeficientas λ apskaičiuojamas taip:

$$\lambda = 0,2 \frac{x}{\phi_s} \leq 1 \quad (1.27)$$

Kitaip tariant, kai atstumas $x \geq 5\phi$, pažeidimo zona jau nebeturi įtakos sukibimo įtempių pasiskirstymui ir $\lambda = 1$. Pažeidimo zonoje (kai $0 \leq x \leq 5\phi$) sukibimo įtempiai didėja nuo nulio ties plyšio plokštuma ($\lambda = 0$) iki maksimalios reikšmės ($\lambda = 1$). Grafinė koeficiento λ prasmė ir sukibimo įtempių kitimas, esant įvairiems atstumams nuo plyšio, iliustruoti 1.14 paveiksle.



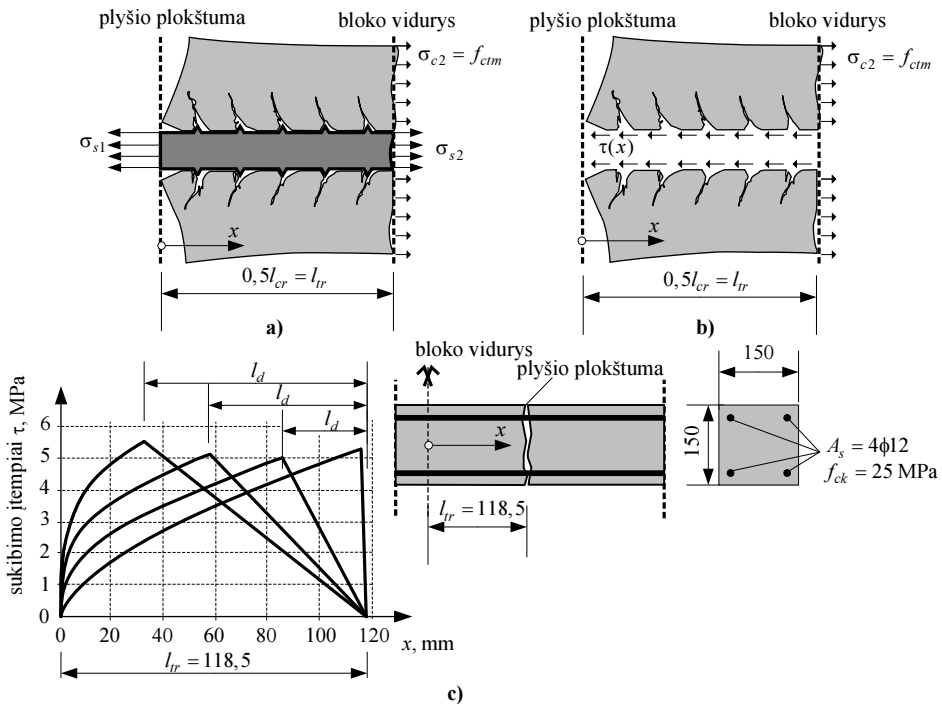
1.12 pav. Sukibimo įtempių kitimas esant įvairiems atstumams nuo plyšio plokštumos (pagal Model Code 1990)

Fig. 1.12. Bond-slip relationships at different distances from the crack (according to Model Code 1990)

Model Code (1990) siūlomas paprastas pažeidimo zonos vertinimo metodas, priklausantis tik nuo atstumo nuo plyšio x ir armatūros skersmens \emptyset . Armatūros deformacijos lygmuo pažeidimo zonos dydžiui nėra įvertinamas.

1.3.5. Debernardi *et al.* 2013

Pažeidimo zonos dydį skaitiškai nagrinėjo Debernardi *et al.* (2013). Pažeidimo zonos dydis apskaičiuotas pagal centriškai tempiamų gelžbetoninių prizmių apkrovos ir deformacijos diagramas. Buvo nagrinėjamas gelžbetoninis blokas, apribotas dviejų gretimų plyšių (žr. 1.13 pav., a) ir b). Pagal autorių prielaidas tokie blokai susidaro stabilių plyšių stadijoje, kai tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos ir deformacijų diagrama stabilizuojasi ir nebesusidaro naujų plyšių. Tokiu atveju atstumas tarp plyšių tampa pastovus ir viso gelžbetoninio elemento elgsena tampa panaši į tam tikro ruožo tarp plyšių (arba gelžbetoninio bloko) elgseną.



1.13 pav. Pažeidimo zonos modelis: a) ir b) ruožo tarp plyšių pusiausvyros sąlyga; c) pažeidimo zonos skaitiniai rezultatai (pagal Debernardi *et al.* 2013)

Fig. 1.13. Bond deterioration model: a) and b) equilibrium of concrete block between cracks; c) numerical results of damage zone (according to Debernardi *et al.* 2013)

Toliau buvo priimta prielaida, kad ties bloko viduriu, ribinėje būsenoje esančio betono įtempiai yra pasiekę tempiamąjį stiprį: $\sigma_{c2} = f_{ct}$. Nagrinėjant įtempius, veikiančius tik betoninį elementą (žr. 1.13 pav., b), galima parašyti pusiausvyros sąlygą:

$$A_c \cdot \sigma_{c2} = \pi \phi_s \int_0^{x=l_{tr}} \tau(x) dx \quad (1.28)$$

čia A_c – betono skerspjūvio plotas; σ_{c2} – įtempiai betone ties bloko viduriu; ϕ_s – armatūros skersmuo; $\tau(x)$ – sukibimo įtempiai.

Pagal priimtą stabilių plyšių prielaidą, nauji plyšiai nebesusidaro, įtempiai betone ties bloko viduriu yra pastovūs ir kairioji (1.28) lygties pusė yra pastovi. Tam, kad nagrinėjamas blokas būtų pusiausvyros padėtyje, ir dešinioji (1.28) lygties pusė turi likti pastovi: $\tau(x) = \text{const}$. Kita vertus, eksperimentiniai tyrimai rodo, kad sukibimo įtempiai $\tau(x)$ didėja, didėjant apkrovos lygmeniui, kartu ir slinkčiai. Susidarančiam prieštaravimui panaikinti autoriai siūlo įvesti papildomą dydį – pažeidimo zoną, kurioje sukibimo įtempiai kistų pagal atskirą dėsnį, nepriklausantį nuo slinkties.

Skaitinėje analizėje autoriai toliau taiko prielaidą, kad pažeidimo zonoje sukibimo įtempiai tiesiškai kinta nuo nulio ties plyšio plokštuma iki maksimalios reikšmės atstumu l_d nuo plyšio. Pažeidimo zonos ilgis l_d apskaičiuojamas remiantis (1.28) pusiausvyros sąlyga. Gautos pažeidimo zonos reikšmės tam tikram gelžbetoniniam elementui parodytos 1.13 paveiksle, c). Nagrinėjant gautus rezultatus galima atkreipti dėmesį, kad sukibimo įtempių apriboti diagramų plotai lieka pastovūs nepriklausomai nuo apkrovos lygmens, taip panaikinant prieštaravimą tarp (1.28) lygties kairiosios ir dešinėsios pusių.

Reikia pastebėti, kad taikant Debernardi *et al.* (2013) pasiūlytą pažeidimo zonos nustatymo metodą, gautas sprendinys priklauso nuo konkretaus nagrinėjamo elemento. Matematinė pažeidimo zonos išraiška nebuvo gauta ir tai apunkina pasiūlytos modeliavimo metodikos pritaikomumą.

1.4. Gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų modeliavimas

Armatūros ir betono sąveikos idealizavimas turi didelės įtakos gelžbetoninių elementų deformacijoms ir iš principo nulemia pleišėjimo pobūdį. Galima išskirti dvi pagrindines modeliavimo kryptis: 1) analiziniai metodai, kuriuose sprendžiama armatūros ir betono sąveikos diferencialinė lygtis arba parenkamos funkcijos sukibimo įtempių pasiskirstymui aprašyti ir 2) skaitiniai metodai, kon-

takto zoną tarp armatūros ir betono idealizuojant specialiais baigtiniais elementais, arba taikant specifinius skaitinius algoritmus.

Analizinių sprendimo metodų kryptis tradiciškai yra seniausia. Pirmasis diferencialinę dviejų medžiagų kontakto zonos lygtį 1909 metais sudarė ir išsprendė I. Arnovljevičius, (žr. 1.1.2 skirsnį). Analizinius metodus armatūros ir betono sąveikos parametrų aprašyti vėliau taikė Cholmianskis (1981), Somayaji ir Shah (1981), Russo 1990, Balazs (1993), Zabulionis *et al.* 2012. Analiziniai metodai pasižymi skaičiavimo efektyvumu ir nesudėtingu armatūros ir betono sąveiką aprašančių parametų vertinimu. Vis dėlto, sudėtingesniais apkrovimo atvejais, arba taikant specifinę sukibimo įtempių ir slinkties funkciją, analiziniais metodais ne visada įmanoma rasti sprendinį. Tokiais atvejais dažnai taikomas skaitinis armatūros ir betono sąveikos modeliavimas.

Pirmieji skaitiniai armatūros ir betono sąveikos modeliai buvo panaudoti diskrečių plyšių algoritmuose, taikant specialius baigtinius elementus (Ngo ir Scordelis 1967). Vėliau specialius baigtinius elementus kūrė ir taikė Yankelevskis (1985), Kwakas ir Ha (2006), Wu ir Gilbertas (2009), Kanakubo *et al.* (2012), Casanova *et al.* (2012).

Tempiamųjų gelžbetoninių elementų elgseną taikant baigtinių elementų metodą tyrė Bresleris ir Bertero (1968), Reinhardt (1984), Santos ir Henriques (2015). Šiuose modeliuose armatūros ir betono kontakto ruožas buvo idealizuojamas specialiu baigtinių elementų sluoksniu, atspindinčiu sudėtingą betono įtempių būvį ir vidinį mikroleišėjimą.

Baigtinių elementų metodas taip pat taikytas ištraukimo bandinių elgsenai aprašyti. Jandele ir Cervenka (2006) nagrinėjo įtempių pasiskirstymą iš betono ištraukiamame strype taikydami įvairius sukibimo įtempių ir slinkties modelius. Daoud *et al.* (2013) modeliavo betono vidinį mikroleišėjimą ties armatūros rumbeliais ir skaitiškai nustatė antrinių plyšių posvyrio kampą.

Dar viena armatūros ir betono sąveikos skaitinio modeliavimo kryptis yra specifinių algoritmų taikymas elementų pleišėjimo ir deformavimosi uždaviniams spręsti. Remiantis tam tikromis prielaidomis (dažniausiai plokščiųjų pjūvių hipoteze ir tolygiu sukibimo įtempių pasiskirstymu per strypo paviršių), šiuose algoritmuose apskaičiuojamas armatūros ir betono įtempių, deformacijų, slinkties pasiskirstymas per elemento ilgį, pleišėjimo pobūdis ir vidutinės deformacijos. (Floegl ir Mang 1982) Dažnai šie algoritmai vadinami įtempių perdavimo arba jėgos perdavimo modeliais (Balazs 1993).

Įtempių perdavimo algoritmai yra pagrįsti armatūros ir betono sąveikos idealizavimu, iš principo jie panašūs į analizinius modelius, kuriems spręsti taikomi įvairūs skaitiniai metodai (Noh 2009, Oehlers *et al.* 2012). Lyginant su analiziniais modeliais jų pranašumas yra tas, kad sprendinys gaunamas taikant bet koki sukibimo įtempių ir slinkties dėsnį, taip pat nelieka elemento geometrinių matmenų ir apkrovimo sąlygų apribojimų.

Tempiamųjų gelžbetoninių elementų elgsenai aprašyti įtempių perdavimo modelius kūrė Salem ir Maekawa (1999), Kwak ir Ha (2006), Baena (2010) Fantilli (2012), Vilanova *et al.* (2015). Šiuos modelius kūrė bei tobulino ir disertacijos autorius (Jakubovskis *et al.* 2011, Jakubovskis ir Juknys 2012, Jakubovskis *et al.* 2013, Jakubovskis *et al.* 2014)

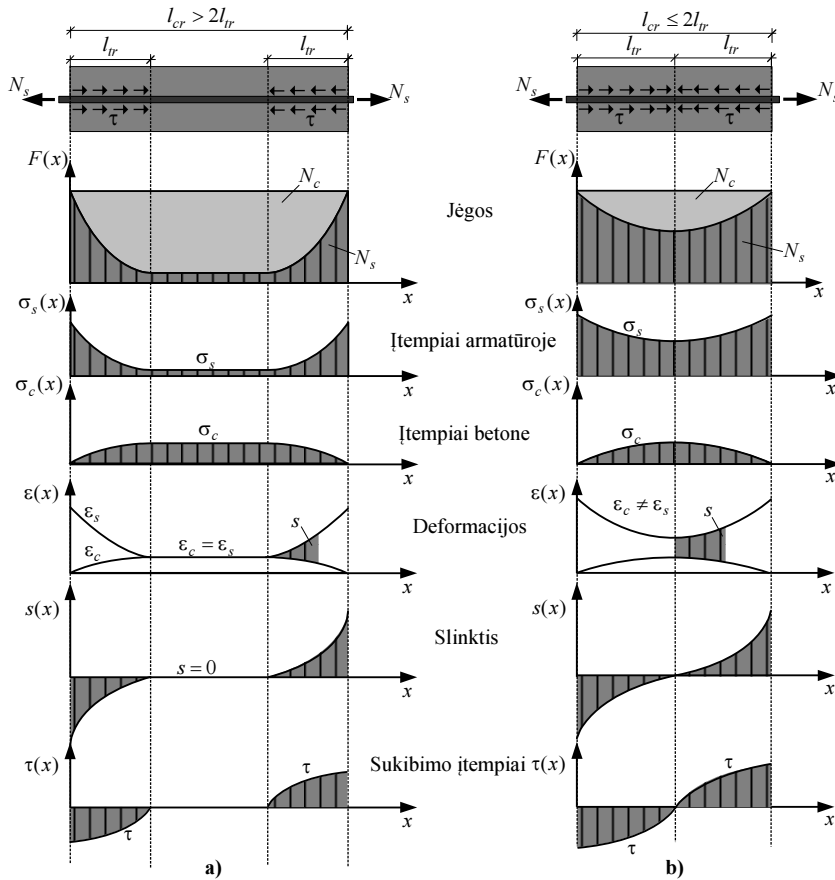
Aptarti metodai gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesui aprašyti taikomi priklausomai nuo uždavinio sąlygų ir skaičiavimo tikslo. Toliau detaliau nagrinėjami kai kurie analiziniai ir skaitiniai armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodai.

1.4.1. Balazs 1993

G. Balazs (1993) išskiria du pagrindinius tempiamųjų gelžbetoninių elementų analizės atvejus: plyšių formavimosi stadijoje ir stabilių plyšių stadijoje. Armatūros ir betono sąveiką apibūdinančių dydžių pasiskirstymas esant šioms dviem stadijoms parodytas 1.14 paveiksle. Esminis skirtumas tarp plyšių formavimosi ir stabilių plyšių stadijų yra tas, kad pirmuoju atveju atstumai tarp plyšių yra pakankamai dideli, kad armatūros ir betono deformacijos taptų lygios. Antruoju atveju šie atstumai sumažėja tiek, kad armatūros deformacijos visada yra didesnės nei betono.

Plyšių formavimosi stadijoje G. Balazs išsprendė diferencialinę armatūros ir betono sąveikos lygtį (žr. 1.2.1 poskyrį) taikydamas laipsninę sukibimo įtempių ir slinkties funkciją siūlomą CEB-FIP Model Code (1990). Stabilių plyšių stadijoje buvo naudojamas ne analizinis, bet skaitinis Runge-Kutta sprendimo metodas. Autorius pabrėžia, kad dėl pasikeitusių kraštinių sąlygų (slinkties išvestinė ties bloko centru tampa nelygi nuliui), matematiniu požiūriu neįmanoma gauti analizinio sprendinio stabilių plyšių stadijoje.

Balazs (1993) darbe didžiausias dėmesys buvo skiriamas nustatyti įtempių perdavimo ilgį plyšių formavimosi stadijoje. Elemento plyšių formavimasis per visa apkrovimo laikotarpį nebuvo nagrinėjamas, taip pat nenagrinėjami rezultatai gauti iš stabilaus pleišėjimo stadijos. Platesnė skaitinė elementų pleišėjimo analizė buvo atliekama Japonijos mokslininkų Salem ir Maekawa, kuri detaliau aptariama kitame skirsnyje.

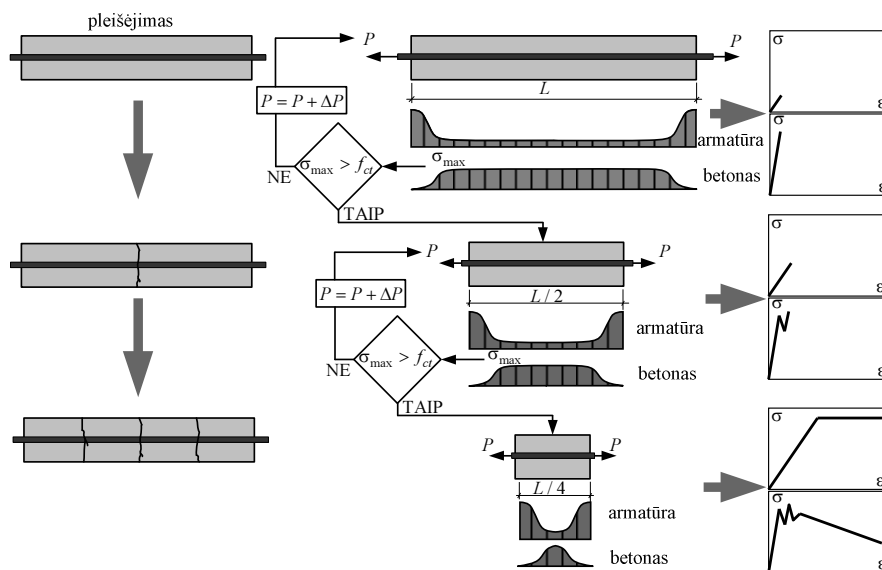


1.14 pav. Armatūros ir betono sąveiką apibūdinančių dydžių pasiskirstymas:
a) plyšių formavimosi stadijoje; b) stabilių plyšių stadijoje (pagal Balazs 1994)

Fig. 1.14. Distribution of reinforcement to concrete interaction parameters:
a) Crack formation stage; b) stabilized cracking stage (adopted from Balazs 1994)

1.4.2. Salem ir Maekawa 1999

Salem ir Maekawa (1999) sukūrė tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaičiavimo algoritmą, taikydami Shimos (1987) pasiūlytą armatūros ir betono sąveikos dėsnį. Algoritmo schema parodyta 1.15 paveiksle.



1.15 pav. Tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaičiavimo schema (pagal Salem ir Maekawa 1999)

Fig. 1.15. Calculation scheme for tensile RC members (adopted from Salem and Maekawa 1999)

Pagrindinė algoritmo taikymo sritis buvo gelžbetoninių elementų deformacijų analizė, pasireiškus didelėms plastinėms deformacijoms. Dėl priimtų prielaidų, kad nauji plyšiai veriasi tik per gelžbetoninių blokų vidurį, visais atvejais buvo sumodeliuojamas specifinis plyšių skaičius: 1; 3; 7; 15 ir t. t. Toks sumodeliuotas plyšių kiekis ne visais atvejais atspindėjo eksperimentines plyšių išsidėstymo schemas.

1.4.3. Yankelevkis *et al.* 2007

Tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų analizei Yankelevkis *et al.* (2007) taikė specialius kompozitinius baigtinius elementus. Buvo nagrinėjama tempiama gelžbetoninė prizmė, parodyta 1.16 paveiksle, a. Prizmė dalinama į L ilgio baigtinius elementus, kuriuose išskiriami armatūros ir aplink ją esančio betono sluoksniai (1.16 pav., b). Skaičiavimams toliau buvo priimamos tokios prielaidos:

1. Galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė.
2. Armatūra ir betonai deformuojasi tiesiškai tampriai.

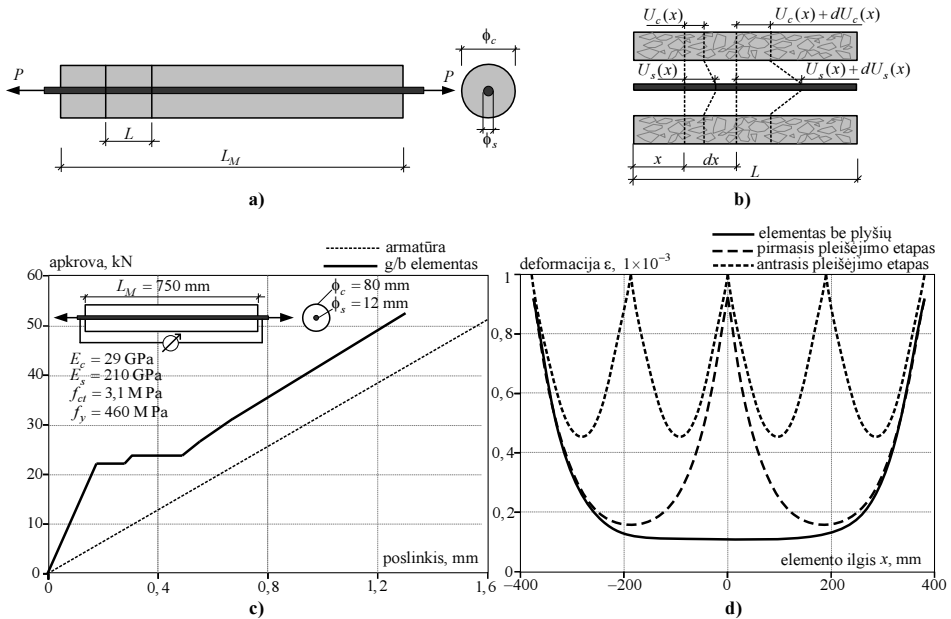
3. Sukibimo įtempių ir slinkties diagrama yra tiesinė.

Pirmoji prielaida uždavinį supaprastina iki vienmačio, kai įtempių ir deformacijų pasiskirstymas apskaičiuojamas tik išilgine kryptimi. Antroji ir trečioji prielaidos taikomos atsižvelgiant į nedideles susidarančias slinktis vertinant tinkamumo ribinį būvį.

Pagal Yankelevskio *et al.* (2007) pasiūlytą skaičiavimo metodą, slinktis tarp armatūros ir betono apskaičiuojama baigtinio elemento viduje, kaip poslinkių skirtumas tarp armatūros ir betono. Sukibimo įtempių ir slinkties pasiskirstymui baigtinio elemento viduje autorius naudoja sprendinį:

$$s(x) = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} \quad (1.29)$$

čia C_1 ir C_2 – konstantos, nustatomos iš kraštinių sąlygų; α – elemento geometriją ir medžiagų savybes apibūdinantis parametras.



1.16 pav. Tempiamųjų gelžbetoninių prizmių analizė baigtinių elementų metodu: a) skaičiavimo ir apkrovimo schema; b) poslinkių pasiskirstymas baigtiniame elemente; c) apskaičiuotoji apkrovos ir poslinkio diagrama; d) apskaičiuotas armatūros deformacijų pasiskirstymas esant įvairiems pleišėjimo etapams (pagal Yankelevsky *et al.* 2007)

Fig. 1.16. Finite element analysis of tensile RC prism: a) calculation and loading scheme; b) displacement field in the finite element; c) calculated load-displacement diagram; d) distribution of reinforcement strain in the different cracking stages (adopted from Yankelevsky *et al.* 2007)

Taikant (1.29) lygtį randamas armatūros ir betono poslinkių ir deformacijų pasiskirstymas baigtinio elemento viduje, sudaromos mazginių jėgų ir standumo matricos. Kai tam tikrame elemente apskaičiuotas įtempis betone viršija tempiamąjį stiprį, atsiveriantis plyšys modeliuojamas papildomais mazgais esamo elemento viduje. Priimama, kad betonas yra vienalytė medžiaga ir naujas plyšys atsiveria per vidurį tarp dvejų esamų plyšių.

Gauta apkrovos ir poslinkio diagrama pavyzdiniam gelžbetoniniam elementui parodyta 1.16 paveiksle, c), kartu su skaičiavimams naudotais duomenimis. Šiame elemente susidarė dvi pleišėjimo stadijos: pirmosios stadijos metu per vidurį atsivėrę plyšys elementą padalino į 2×375 mm, antrosios – į $4 \times 187,5$ mm blokus. Šias pleišėjimo stadijas atitinkantis armatūros deformacijų pasiskirstymas parodytas 1.16 paveiksle, d).

Yankelevkio *et al.* (2007) skaitiniame algoritme plyšiai taip pat galėjo vertis tik per elemento vidurį, tokiu būdu įmanomos tik iš anksto apibrėžtos pleišėjimo schemos (1; 3; 7; 15 ir t. t.). Be to, skaičiavimuose nebuvo įvertinta sukibimo pažeidimo zona greta atsiveriančių plyšių. Tai lėmė didėjančių elementų standumą stabilių plyšių stadijoje (1.16 pav., a).

1.4.4. Zabulionis *et al.* 2012

Tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų ir pleišėjimo elgseną analiziškai nagrinėjo Zabulionis *et al.* (2012). Armatūros ir betono sąveikos uždaviniui spręsti autoriai pritaikė sudėtinių strypų teoriją, remdamiesi tokiomis prielaidomis:

1. Armatūra ir betonas yra izotropinės, homogeninės medžiagos.
2. Armatūra ir betonas deformuojasi tiesiškai tampriai.
3. Sukibimo įtempių ir slinkties diagrama yra tiesinė.
4. Sukibimo įtempiai yra pasiskirstę tolygiai per visą strypo paviršiaus plotą.
5. Plokščiųjų pjūvių hipotezė atskirai galioja armatūrai ir betonui.

Taikydami ne įprastą poslinkių (kai nežinoma funkcija yra slinkties pasiskirstymas), o jėgų formuluotę (kai nežinoma funkcija yra šlyties jėga) autoriai sudarė antros eilės diferencialinę armatūros ir betono sąveikos lygtį:

$$\frac{1}{\xi} \frac{d^2 T(x)}{dx^2} = \gamma T(x) + \Delta \quad (1.30)$$

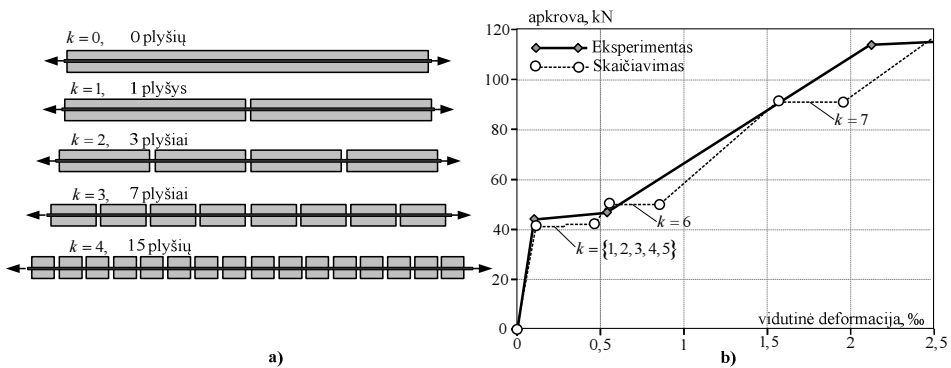
čia $T(x)$ – šlyties jėgos pasiskirstymo funkcija; ξ – sukibimo įtempių ir slinkties standumą apibūdinantis parametras; γ – armatūros ir betono pasiduodamumą įvertinantis parametras; Δ – armatūros ir betono deformacijų skirtumas.

Antrosios eilės diferencialinės lygties sprendinys yra:

$$T(x) = C_1 \sinh(\lambda x) + C_2 \cosh(\lambda x) - \frac{\lambda}{\gamma} \quad (1.31)$$

čia C_1 ir C_2 – integravimo konstantos, nustatomos iš kraštinių uždavinio sąlygų.

Nustačius šlyties jėgos pasiskirstymą, iš pusiausvyros sąlygų galima rasti įtempių armatūroje ir betone kitimą. Įtempiams betone pasiekus tempiamąjį stiprį, ties nagrinėjamo elemento centru atsiveria normalinis plyšys ir toliau analizė tęsiama nagrinėjant du atskirus elementus. Tokiu būdu plyšių skaičius auga etapais: 1, 3, 7, 15 ... $2^k - 1$ (čia k – pleišėjimo etapas). Schematiškai elemento pleišėjimo pobūdis po pirmųjų keturių etapų parodytas 1.17 paveiksle, a).



1.17 pav. Analizinis tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaičiavimas: a) pleišėjimo stadijos; b) apkrovos ir vidutinės deformacijos diagrama (pagal Zabulionį *et al.* 2013)

Fig. 1.17. Analytical calculation of tensile RC members: a) cracking stages; b) load-average strain diagram (adopted from Zabulionis *et al.* 2013)

Turint armatūros ir betono įtempių pasiskirstymą supleišėjusiame elemente, galima apskaičiuoti deformacijų pasiskirstymą ir vidutinės armatūros deformacijas. Apkrovos ir vidutinių deformacijų diagrama, taikant aprašytąjį analizinį algoritmą parodyta 1.17 paveiksle, b). Kartu parodyta eksperimentinė kreivė (Elfgren ir Noghabai 2002) gauta bandant stačiakampio skerspjuvio prizmes ($48 \times 48 \times 960$ mm), armuotas 16 mm strypu. Nagrinėjant rezultatus galima pastebėti, kad apskaičiuotajai apkrovos ir vidutinių deformacijų diagramai būdingas laiptuotas kitimas, atitinkantis pleišėjimo etapus. Nagrinėjamam elementui buvo gauti 7 pleišėjimo etapai (atitinkamai 127 plyšiai), gerokai viršijant eksperimentinį plyšių skaičių. Autoriai pastebi, kai taikant pasiūlytąjį algoritmą, plyšių skaičius tampa ypač jautrus sukibimo įtempių ir slinkties standumą apibūdinančiam parametrai ξ – kuo standumas didesnis, tuo daugiau gaunama sumodeliuotų plyšių. Skaitinė analizė taip pat parodė, kad šiam standumui kintant net

keliomis eilėmis, apkrovos ir vidutinių deformacijų diagramos gaunamos gana artimos.

1.5. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas

Apžvelgus armatūros ir betono sąveikos tyrimus, galima daryti išvadas:

1. Esami armatūros ir betono sąveikos modeliai išvesti taikant supaprastintas bandymo schemas – dažniausiai strypo ištraukimo. Šis bandymo metodas leidžia paprastai ir efektyviai palyginti skirtingų armatūros tipų sukibimą su betonu, taip pat įvertinti atskirų veiksnių įtaką sukibimui (armatūros skersmens, šoninio slėgio, inkaravimo ilgio ir kt.). Vis dėlto, ištraukimo bandymo metu gaunami rezultatai yra gana riboti norint aprašyti konstrukcijų tempiamose zonose vykstančius sąveikos procesus.
2. Nors bendrai sutariama apie pažeidimo zonos egzistavimą ir svarbą modeliuojant armuoto betono konstrukcijas, jos dydis iki šios nėra tiksliai nustatytas.
3. Taikant esamus armatūros ir betono sąveikos modelius įtempių perdavimo algoritmuose, nesumodeliuojamos eksperimentams būdingos plyšių išsidėstymo schemas.
4. Tinkamai neįvertinus pažeidimo zonos plitimo elementų pakrovimo metu, neįmanoma sumodeliuoti stabilų plyšių stadijos, taip pat gaunamas eksperimentams prieštaraujantis didėjantis elemento standumas aukštoje apkrovos stadijose.

Atsižvelgus į padarytas išvadas, šiame darbe numatoma sukurti armuoto betono elementų modeliavimo koncepciją, leidžiančią gauti tarpusavyje suderintus vidutinių deformacijų, pleišėjimo ir sukibimo skaičiavimo modelius. Šiam tikslui pasiekti numatyti tokie uždaviniai:

1. Atlikti armatūros ir betono sąveikos eksperimentinius tyrimus, didžiausią dėmesį skiriant konstrukcinių veiksnių įtakai susidarantiems sukibimo įtempiams nustatyti.
2. Pasiūlyti armatūros ir betono sąveikos modelį, suderintą su elemento deformavimosi ir pleišėjimo elgsena.
3. Pasiūlyti analizinį atstumų tarp plyšių skaičiavimo modelį.
4. Sukurti gelžbetoninių elementų diskretaus pleišėjimo algoritmą. Sukurtajame algoritme pritaikyti esamus ir pasiūlytąjį armatūros ir betono sąveikos dėsnius.

5. Patikrinti sukurtojo algoritmo adekvatumą, skaičiavimo rezultatus palyginant su literatūroje skelbiamais gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformavimosi eksperimentinių tyrimų rezultatais.

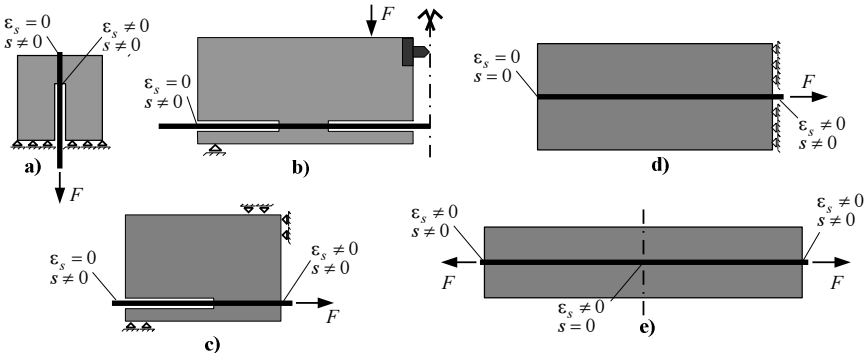
Eksperimentiniai armatūros ir betono sąveikos tyrimai

Kaip aptarta ankstesniame skyriuje, pirmieji armatūros ir betono sąveikos tyrimai, prasidėję XX a pradžioje, buvo tik eksperimentiniai, nesiekiant sukurti sudėtingų sąveikos modelių. Armatūros ir betono sąveikai tirti taikomas bandymo schemas galima suskirstyti į dvi pagrindines grupes (Maekawa 2003):

1. Trumpo inkaravimo ilgio bandiniai. Šiuose bandiniuose pasireiškia laisvojo galo slinktis, o sukibimo įtempiai apytiksliai gali būti laikomi pasiskirstę tolygiai. Trumpo inkaravimo ilgio bandinių tipai ir susidarančios kraštinės sąlygos parodytos 2.1 paveiksle, a).
2. Ilgo inkaravimo ilgio bandiniai. Šiuose bandiniuose laisvojo galo slinktis nepasireiškia, sukibimo įtempiai per inkaravimo ilgį pasiskirsto netiesiškai. Ilgo inkaravimo ilgio bandinių tipai ir susidarančios kraštinės sąlygos parodytos 2.1 paveiksle, b).

Tiek vienoje, tiek kitoje bandinių grupėje praktiškai yra neįmanoma gauti vietinio armatūros ir slinkties dėsnio. Trumpo inkaravimo ilgio bandiniuose dažnai susidaro pašaliniai efektai dėl gniuždymo įtempių sklidimo iš atraminių paviršių, nevienodo armatūros deformacijų būvio ties laisvuju ir apkrautuoju galais arba konstrukcinės viso bandinio elgsenos (sijos bandinio atveju). Ilgo inkaravimo ilgio bandiniuose laisvojo galo slinkties nepasireiškia, todėl atsiranda

papildomų sunkumų išmatuojant armatūros slinktį. Dažnai šiuose bandiniuose apie slinkties ir sukibimo įtempių priklausomybę sprendžiama netiesiogiai, matuojant armatūros deformacijų pasiskirstymą per inkaravimo ilgį (Shima 1987, Bigaj 1996).



2.1 pav. Armatūros ir betono sąveikai tirti taikomos bandymų schemas: a); b) ir c) trumpo inkaravimo ilgio bandiniai; d) ir e) ilgo inkaravimo ilgio bandiniai (pagal Maekawa *et al.* 2003)

Fig. 2.1. Reinforcement to concrete interaction test set-ups: a); b) and c) short anchorage length specimens; d) and e) long anchorage length specimens (adopted from Maekawa *et al.* 2003)

Šiame darbe armatūros ir betono sąveikai tirti pasirinkti dviejų tipų bandiniai: įprastas strypo ištraukimo ir sijos. Šių dviejų tipų bandinių rezultatų palyginimas leidžia įvertinti skirtingus sąveikos aspektus: įtempių ir deformacijų būvio, konstrukcinių veiksnių (apsauginio betono sluoksnio, skersinės armatūros), inkaravimo ilgio įtaką gaunamiems rezultatams. Skyriaus tematika pasitelbta keturi straipsniai (Jakubovskis *et al.* 2014, Gudonis *et al.* 2014, Kaklauskas *et al.* 2012, Timinskas ir Jakubovskis 2011)

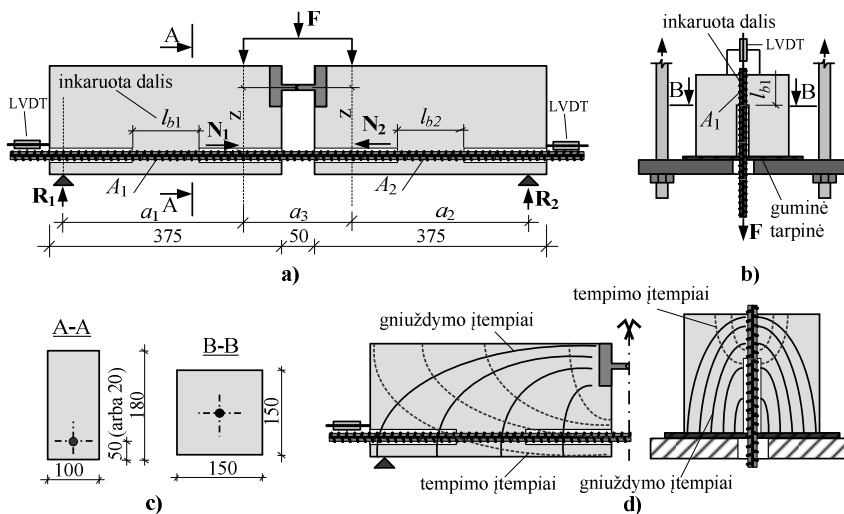
2.1. Bandinių tipai

Ištraukimo bandinį sudaro betono kubelyje centriškai inkaruotas armatūros strypas. Inkaruotoji bandinio dalis paprastai sudaro nuo 2 iki 5Ø (čia Ø – armatūros skersmuo) ir yra atitraukiama nuo bandinio atraminio paviršiaus, siekiant sumažinti atraminės reakcijos įtaką. Betono kubelio kraštinė turi būti pakankamų matmenų išilginių plyšių plitimui suvaržyti (apsauginis betono sluoksnis turi būti ne mažesnis kaip 5Ø). Armatūros ir betono sąveikos bandymas atliekamas palaipsniui iš kubelio traukiant armatūros strypą, matuojant jėgą ir laisvojo (kar-

tais ir apkrautojo galo poslinkį (*fib* 2000, Baena *et al.* 2009). Ištraukimo bandinio schema parodyta 2.2 paveiksle, b).

Pagrindinis ištraukimo bandymo trūkumas yra nerealistiškas įtempių būvis, kai armatūra yra tempiama, o didžioji dalis betono gniuždoma (2.2 pav., d).

Kaip alternatyva šiam bandymui buvo pasiūlytas sijos bandymas, tiksliau atspindintis įtempių būvį tempiamojoje zonoje. Inkaruotoji armatūros dalis sijos bandinyje yra atitraukiama nuo koncentruotų jėgų poveikio ir paprastai yra 5 iki 10 \varnothing ilgio (*fib* 2000). Sijos bandinio schema parodyta 2.2 paveiksle, a), o svarbiausių įtempių trajektorijos – 2.2 paveiksle, d).



2.2 pav. Eksperimentinės programos bandiniai: a) sijos bandinys; b) ištraukimo bandinys; c) elementų skerspjūviai; d) svarbiausių įtempių sklaidimo trajektorijos
Fig. 2.2 Test specimens of the experimental program: a) pull-out specimen; b) beam specimen; c) cross-section of the elements; d) trajectories of principle stresses

Autoriaus eksperimentinę programą sudarė standartiniai ištraukimo bandiniai ir trijų tipų sijų bandiniai: 1) standartiniai, pagaminti pagal RILEM (1983) reikalavimus; 2) modifikuoti, nenaudojant skersinio armatūros karkaso; 3) modifikuoti, sumažinant betono apsauginį sluoksnį ir be skersinio armatūros karkaso.

Pagrindinis bandymų tikslas buvo nustatyti konstrukcinių veiksnių įtaką sukimbo įtempiams. Apsauginis betono sluoksnis, reikalaujamas ištraukimo bandiniuose (5 \varnothing), retai pasitaiko realiose konstrukcijose, todėl sijų bandiniai buvo modifikuoti apsauginį sluoksnį sumažinant iki 20 mm. Siekiant nustatyti skersinio armavimo įtaką, dalis bandinių buvo pagaminti be skersinio armatūros karkaso.

2.2. Eksperimentinė programa

Eksperimentinę programą sudarė 12 ištraukimo bandinių ir 21 sijos bandinys. Ištraukimo bandinių duomenys pateikiami 2.1, o sijos bandinių – 2.2 lentelėje. Bandiniai žymėti naudojant tokias santrumpas: pirmoji raidė K žymi kubelio, o B – sijos bandinį. Prie raidės esantis skaičius žymi vienodo tipo bandinio numerį. Mažoji raidė s žymi plieninę, g – stiklo pluošto, o b – bazalto pluošto armatūrą. Paskutinis skaičius žymi armatūros skersmenį (8 arba 12 mm), o papildomas indeksas BK – sijas, kuriose nenaudotas skersinis karkasas.

Kompozitinės armatūros sukibimas su betonu dažnai yra prastesnis lyginant su plieniniais strypais dėl kitokių šios armatūros fizikinių ir mechaninių savybių (Baena *et al.* 2009). Vis dėlto, tiek plieninei, tiek įvairioms kompozitinės armatūros rūšims, pagrindinis sąveikos su betonu parametras yra sukibimo įtempių ir slinkties priklausomybė. Turint tikslus sukibimo įtempių ir slinkties dėsnius, tiek plieninias, tiek kompozitiniais strypais armuotų konstrukcijų pleišėjimo ir deformacijų modeliavimas iš principo nesiskiria (Kaklauskas *et al.* 2012, Timinškas ir Jakubovskis 2011).

2.1 lentelė. Ištraukimo bandinių duomenys. Žymėjimai atitinka 2.2 pav., b)

Table 2.1. Properties of pull-out specimens. Notations are the same as in Fig 2.2 b)

Nr.	Bandinys	\varnothing , m	l_{bt} , m	F , N	A_1 , m ²	τ_1 , MPa
1	K1g12	0,012	0,059	1000	0,0022	0,450
2	K2g12	0,012	0,059	1000	0,0022	0,450
3	K3g12	0,012	0,059	1000	0,0022	0,450
4	K4g12	0,012	0,059	1000	0,0022	0,450
5	K1s8	0,008	0,032	1000	0,0008	1,243
6	K2s8	0,008	0,031	1000	0,0008	1,284
7	K3s8	0,008	0,031	1000	0,0008	1,284
8	K4s8	0,008	0,034	1000	0,0009	1,170
9	K1s12	0,012	0,061	1000	0,0023	0,435
10	K2s12	0,012	0,062	1000	0,0023	0,428
11	K3s12	0,012	0,060	1000	0,0023	0,442
12	K4s12	0,012	0,060	1000	0,0023	0,442

2.2 lentelė. Sijų duomenys, Žymėjimai atitinka 2.2 pav., a)
Table 2.2. Properties of the beams, Notations corresponds to the Fig. 2.2a

Nr.	Bandinys	m										m ²					MPa	
		a1	a2	a3	z	Ø	h _{b1}	h _{b2}	F	R _t	R _c	N _t	N _c	A _t	A _c	τ _t	τ _c	
1	B1s12	0,227	0,218	0,150	0,069	0,012	0,110	0,105	1000	492	508	1620	1604	0,0041	0,0040	0,391	0,405	
2	B2s12	0,228	0,219	0,150	0,065	0,012	0,105	0,110	1000	492	508	1727	1710	0,0040	0,0041	0,436	0,412	
3	B3s12	0,224	0,222	0,150	0,069	0,012	0,112	0,110	1000	498	502	1618	1614	0,0042	0,0041	0,383	0,389	
4	B1g12	0,221	0,222	0,149	0,070	0,012	0,108	0,110	1000	501	499	1581	1583	0,0041	0,0041	0,388	0,382	
5	B2g12	0,220	0,225	0,153	0,066	0,012	0,112	0,108	1000	504	496	1681	1690	0,0042	0,0041	0,398	0,415	
6	B3g12	0,227	0,228	0,148	0,069	0,012	0,108	0,107	1000	501	499	1648	1649	0,0041	0,0040	0,405	0,409	
7	B1s8	0,217	0,217	0,149	0,084	0,008	0,080	0,078	1000	500	500	1299	1299	0,0020	0,0020	0,646	0,663	
8	B2s8-BK	0,215	0,235	0,140	0,081	0,008	0,077	0,086	1000	517	483	1372	1401	0,0019	0,0022	0,709	0,648	
9	B3s8	0,232	0,218	0,150	0,090	0,008	0,077	0,082	1000	488	512	1259	1239	0,0019	0,0021	0,650	0,601	
10	B1g8	0,231	0,220	0,150	0,088	0,008	0,087	0,080	1000	491	509	1288	1273	0,0022	0,0020	0,589	0,633	
11	B2g8	0,228	0,224	0,150	0,090	0,008	0,080	0,077	1000	497	503	1258	1253	0,0020	0,0019	0,626	0,647	
12	B3g8-BK	0,227	0,224	0,150	0,090	0,008	0,079	0,075	1000	498	502	1255	1251	0,0020	0,0019	0,632	0,663	
13	B1g12c15BK	0,245	0,250	0,150	0,110	0,012	0,113	0,112	1000	504	496	1122	1128	0,0043	0,0042	0,263	0,267	
14	B2g12c17BK	0,250	0,245	0,150	0,110	0,012	0,117	0,120	1000	496	504	1128	1122	0,0044	0,0045	0,256	0,248	
15	B3g12c16BK	0,251	0,254	0,150	0,110	0,012	0,115	0,115	1000	502	498	1146	1149	0,0043	0,0043	0,264	0,265	
16	B1b12c17BK	0,246	0,255	0,150	0,114	0,012	0,120	0,118	1000	507	493	1094	1103	0,0045	0,0044	0,242	0,248	
17	B2b12c18BK	0,222	0,224	0,150	0,116	0,012	0,116	0,114	1000	502	498	960	962	0,0044	0,0043	0,220	0,224	
18	B3b12c16BK	0,225	0,225	0,150	0,116	0,012	0,119	0,122	1000	500	500	970	970	0,0045	0,0046	0,216	0,211	
19	B1b12c50BK	0,249	0,246	0,150	0,090	0,012	0,120	0,120	1000	498	502	1377	1373	0,0045	0,0045	0,304	0,304	
20	B2b12c50BK	0,248	0,245	0,150	0,092	0,012	0,120	0,121	1000	498	502	1342	1338	0,0045	0,0046	0,297	0,293	
21	B3b12c40BK	0,258	0,250	0,150	0,084	0,012	0,119	0,119	1000	494	506	1517	1506	0,0045	0,0045	0,338	0,336	

Eksperimentinių bandinių gamybai naudotas C35/45 klasės gamykloje paruoštas betono mišinys, kurio vandens ir cemento santykis V/C buvo 0,31. Betono mišinio sudėtis pateikiama 2.3 lentelėje

2.3 lentelė. Betono mišinio sudėtis

Table 2.3. Composition of concrete mix

Betonas C35/45	Kiekis, kg/m ³
Smėlis	905 ± 2 %
Granitinė skalda 4-16 mm	936 ± 1 %
Cementas CEM II 42,5 (C)	400 ± 0,5 %
Vanduo (V)	123,8 ± 5 %
Plastifikatorius <i>Muraplast FK 63,30</i>	2 ± 2 %

Betono mechaninėms savybėms nustatyti pagaminti kubeliai (100×100×100 mm ir 150×150×150 mm) ir cilindrai ($d = 150$ mm). Kubeliai ir cilindrai buvo naudojami nustatyti vidutinį gniuždomąjį betono stiprį, kuris po 28 parų amžiaus sudarė 56,2 MPa (iš kubelių) ir 47,2 MPa (cilindrinis).

Armatūros ir betono sąveikos tyrimams naudota plieninė (S500), stiklo pluošto (GFRP) ir bazalto pluošto (BFRP) armatūra. Pagrindinės naudotos armatūros strypų charakteristikos pateiktos 2.4 lentelėje

2.4 lentelė. Pagrindinės armatūros mechaninės savybės

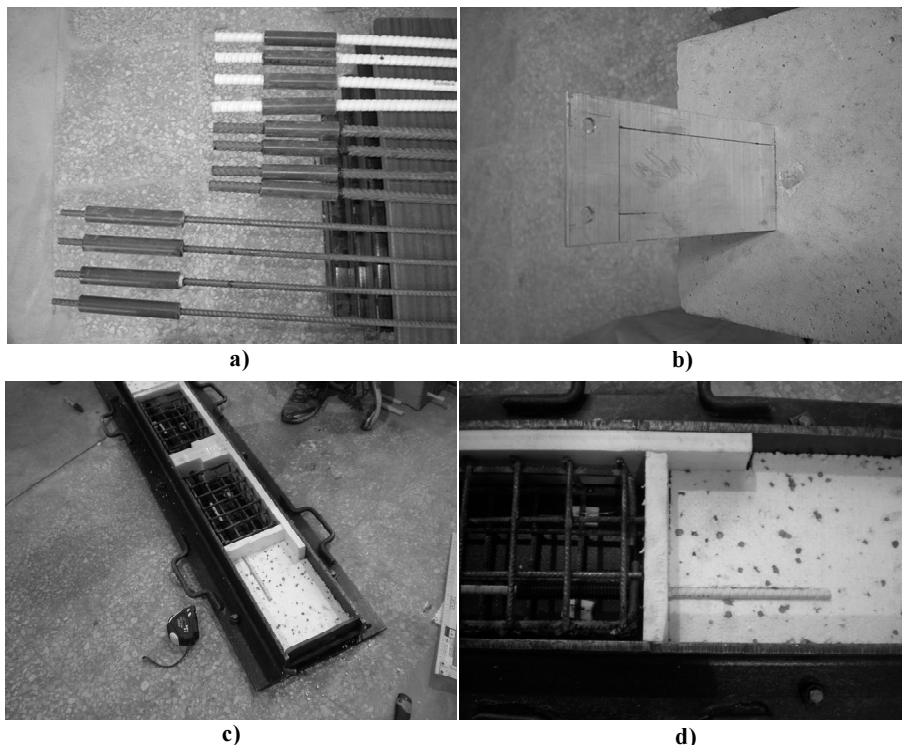
Table 2.4. Main characteristics of reinforcement

Parametras	S 500	BFRP	GFRP
f_u , MPa	642	1988	1468
f_y , MPa	545	–	–
E_{cm} , GPa	180	84,3	64,7

2.3. Gamyba ir bandymai

Ištraukimo bandiniai buvo betonuojami 150×150×150 mm plieninėse formose, centriškai fiksuojant strypų padėtį skerspjūvyje. Siekiant sumažinti gniuždymo įtempių įtaką, strypai inkaruoti tik ties kubelio galu. Reikiamas inkaravimo ilgis 5Ø (čia Ø – armatūros skersmuo) užtikrintas naudojant specialias gumines movas. Paruošti strypai prieš betonavimą parodyti 2.3 paveiksle, a). Indukciniais poslinkių davikliais (LVDT) tvirtinti ties armatūros laisvuoju galu buvo klijuojamas standus aliuminio kampuočiai (2.3 pav., b).

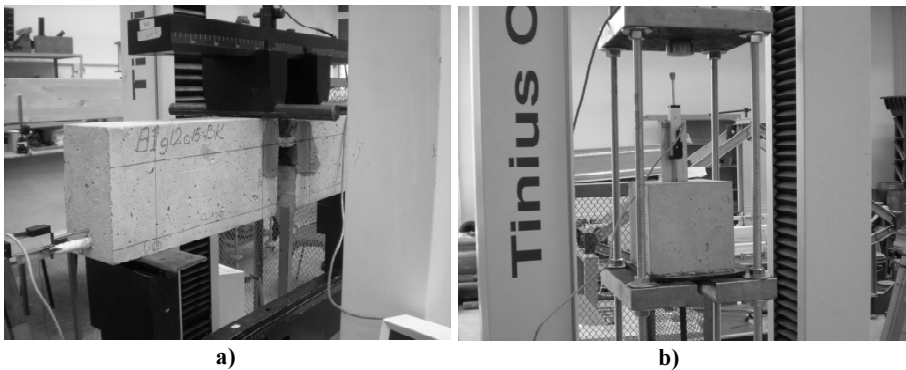
Sijų bandiniai buvo ruošiami plieniniuose klojiniuose, reikiamus matmenis ir armatūros padėtį užtikrinant EPS50 ir EPS100 polistireninio putplasčio. Armatūros strypai inkaruoti tik ties elemento viduriu. Inkaravimo ilgis sudarė 10ϕ , likusioje dalyje sukibimas eliminuotas naudojant gumines movas. Bandinių ruošimo fragmentai parodyti 2.3 paveiksle, b).



2.3 pav. Bandinių ruošimas: a) paruošti ištraukimo strypai; b) aliuminio kampuočio tvirtinimas; c) ir d) sijos ruošimas

Fig. 2.3 Preparation of the specimens: a) bars for pull-out test; b) fastening the LVDT holder; c) and d) preparation of the beam

Sijos ir ištraukimo bandiniai išbandyti TINIUS Olsen mechaniniame bandymo stende. Sijos bandiniams apkrovos greitis poslinkių kontrolės metodu buvo $0,2 \text{ mm/min}$ kol pasiekama 1 mm slinktis ir $0,6 \text{ mm/min}$ iki bandymo pabaigos, kai slinktis sudaro apie 20 mm . Ištraukimo bandiniams apkrovimo greitis buvo, atitinkamai $0,1 \text{ mm/min}$ ir $0,6 \text{ mm/min}$. Bandymų fragmentai pateikiami 2.4 paveiksle.



2.4 pav. Armatūros ir betono sąveikos bandymai: a) sijos; b) ištraukimo bandinys
Fig. 2.4. Reinforcement to concrete interaction tests: a) pull-out; b) beam specimen

LVDT daviklių rodmenys fiksuoti kas sekundę ir automatiškai įrašomi į kompiuterį. Sijų atveju pasireiškė tik vieno galo slinktis, išskyrus bandinį B3-s12, kai slinktis buvo fiksuojama ties abiem galais.

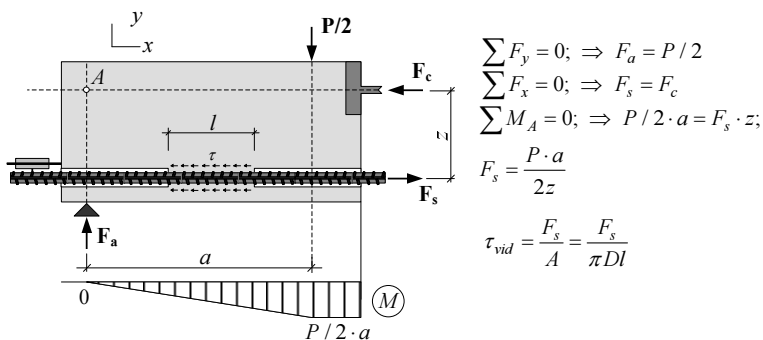
2.4. Rezultatai ir jų aptarimas

Apdorojus eksperimentinius rezultatus kiekvienam bandiniui buvo sudarytos vidutinių įtempių ir slinkties priklausomybės. Slinktis atitiko poslinkių daviklių užfiksuotas reikšmes, o vidutiniai sukibimo įtempiai kontakto zonoje apskaičiuoti jėgą dalinant iš strypo paviršiaus ploto. Ištraukimo bandiniams vidutiniai sukibimo įtempiai apskaičiuoti:

$$\tau_{vid} = \frac{F}{\pi \cdot \varnothing \cdot l_{b1}} \quad (2.1)$$

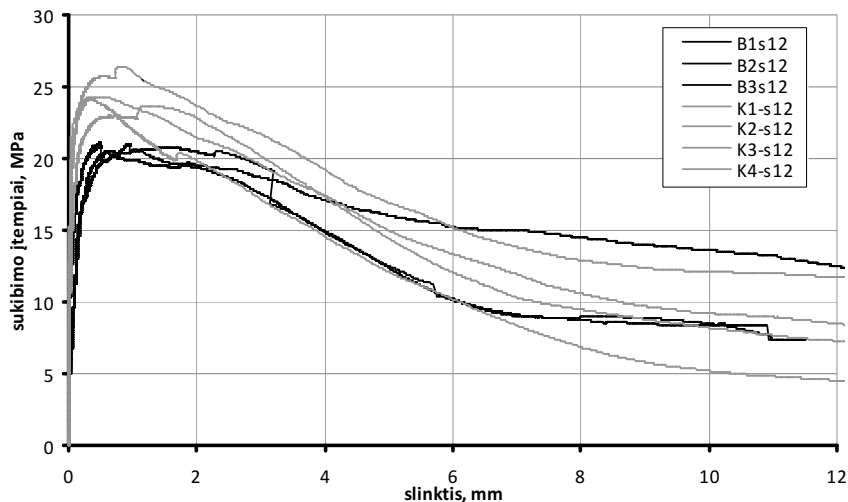
čia F – veikianti jėga; \varnothing – armatūros skersmuo; l_{b1} – inkaravimo ilgis.

Sijos bandiniams vidutiniai sukibimo įtempiai apskaičiuoti iš pusiausvyros sąlygų, kaip parodyta 2.5 paveiksle.

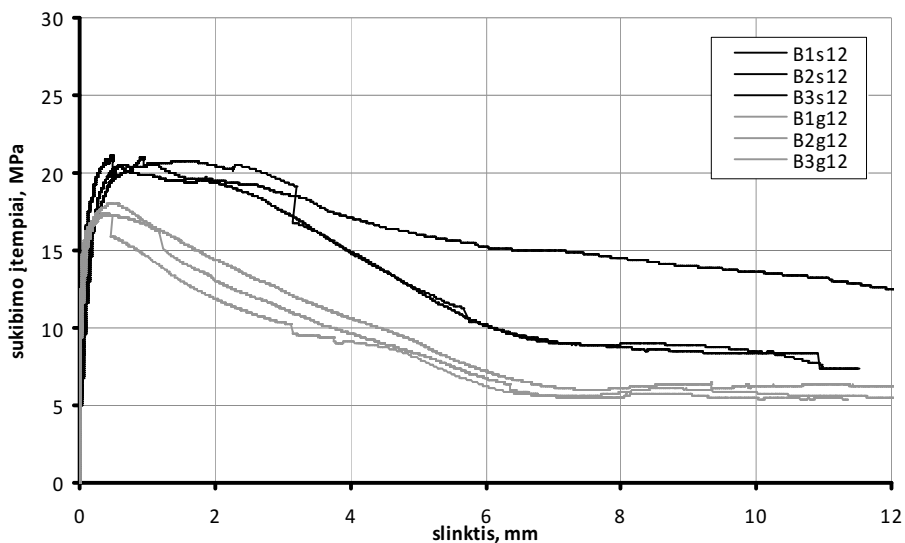


2.5 pav. Vidutinių sukibimo įtempių skaičiavimas sijos bandinyje
Fig. 2.5. Calculation of average bond stress in a beam specimen

Kai kurios iš sudarytų sukibimo įtempių ir slinkties diagramų palygintos 2.6–2.9 paveiksluose. 2.6 paveiksle parodyta bandinio tipo įtaka gaunamiems rezultatams. Kaip ir tikėtasi, vidutiniai sukibimo įtempiai, gauti iš ištraukimo bandinių buvo 15–20 % didesni lyginant su sijų bandiniais. Didžiausios įtakos tam turėjo skirtingas įtempių būvis: ištraukimo bandinyje gniuždymo įtempiai nuo atraminio paviršiaus suvaržo antrinių plyšių plitimą ir padidina sukibimo įtempius.

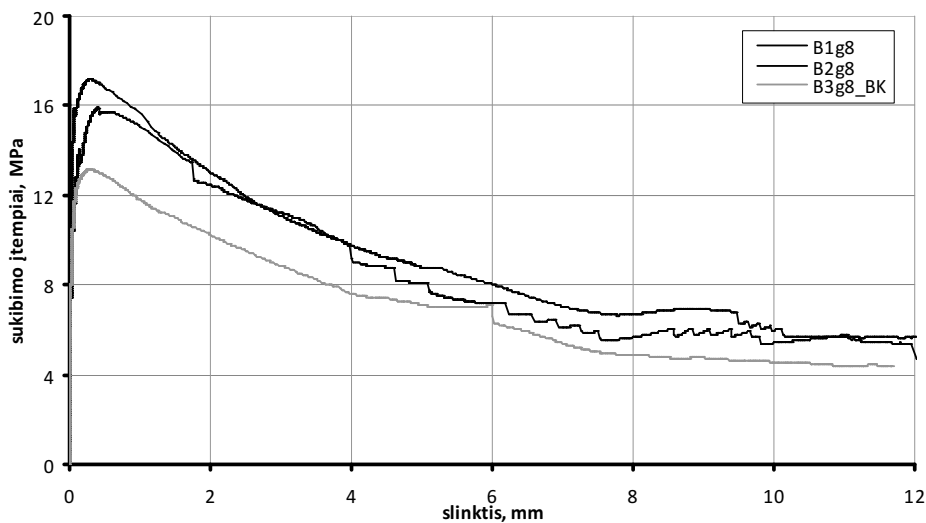


2.6 pav. Bandinio tipo įtaka sukibimo įtempiams
Fig. 2.6. Influence of the specimen type on the bond stress



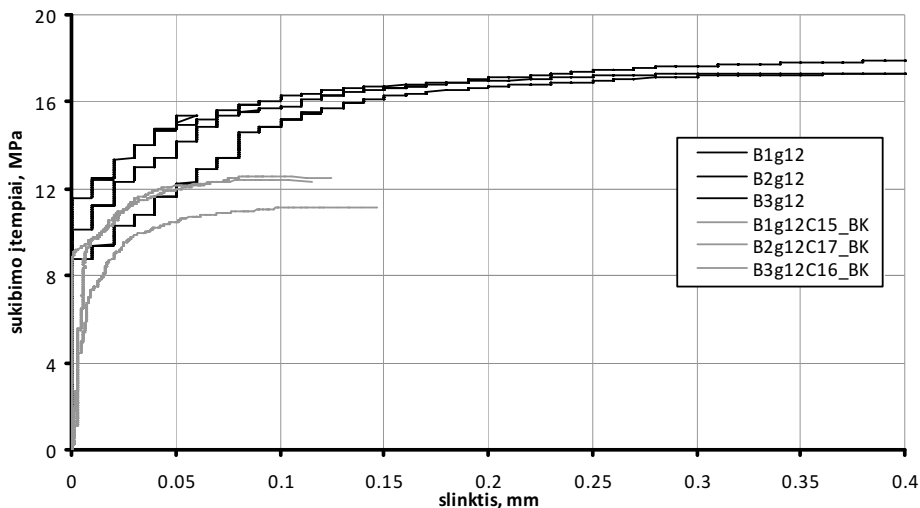
2.7 pav. Armatūros tipo įtaka sukibimo įtempiams

Fig. 2.7. Influence of the type of reinforcement on the bond stresses



2.8 pav. Skersinio karkaso įtaka sukibimo įtempiams

Fig. 2.8. Influence of the transverse reinforcement on the bond stresses



2.9 pav. Apsauginio betono sluoksnio įtaka sukibimo įtempiams

Fig. 2.9. Influence of concrete cover on the bond stresses

Teigiamos įtakos sukibimo įtempiams turi ir ištraukimo bandiniuose naudotas mažesnis inkaravimo ilgis ($5\emptyset$), lyginant su $10\emptyset$, naudotu sijose. Trumpesnio inkaravimo ilgio bandiniuose mažesnę įtaką daro netolygus sukibimo įtempių ir deformacijų pasiskirstymas (*fib* 2000, Gudonis *et al.* 2014). Reikia atkreipti dėmesį, kad sijoje B3-s12 krentančioji diagramos dalis turi kitokį pobūdį nei analogiškose sijose B1-s12 ir B2-s12. Kaip minėta ankstesniame poskyryje, sijoje B3-s12 slinktis pasireiškė ties abiem sijos galais. Dėl to stipriai padidėjo bandinio įlinkiai ir susidarė papildomos trinties jėgos, prisidėjusios prie vidutinių sukibimo įtempių. Šis pavyzdys atskleidžia vieną iš sijos bandymo trūkumų – gaunami rezultatai atspindi ne tik vietinę armatūros ir betono sąveiką, bet ir konstrukcinę viso bandinio elgseną.

2.7 paveiksle palygintas plieninės ir stiklo pluošto armatūros sukibimas. Šis grafikas parodo bendrą įvairių kompozitinės armatūros rūšių trūkumą – dažniausiai šios armatūros sukibimas su betonu yra blogesnis lyginant su plienine. Tą lemia keli svarbūs veiksniai: mažesnis tamprumo ir šlyties moduliai, hidrofobiškumas, mažesnis trinties koeficientas, nedidelis glemžiamasis ir kerpamasis stipriai (Achillides ir Pilakoutas 2004).

2.8 paveiksle parodyta skersinio karkaso įtaka sukibimo įtempiams. Sijoje be skersinio karkaso maksimalūs sukibimo įtempiai buvo 20–25 % mažesni lyginant su standartinėmis sijomis B1-g8 ir B2-g8. Šis skirtumas išliko ir pasiekus itin dideles slinkties reikšmes $s = 8\text{--}12$ mm. Skersinė armatūra suvaržo išilginių

plyšių plitimą ir veikia tarsi pasyvusis slėgis (*fib* 2000). Ypač efektyvi ji tampa esant nedideliems apsauginiams betono sluoksniams (Hamad ir Harajli 2001).

2.9 paveiksle palygintos standartinės sijos (su skersiniu karkasu ir 50 mm betono apsauginiu sluoksniu) ir modifikuotos sijos, kuriose apsauginis sluoksnis sumažintas iki nominalios 20 mm reikšmės ir be skersinio armavimo. Modifikuotose sijose visais atvejais išilginiai plyšiai pasiekė konstrukcijos paviršių bei buvo fiksuojamas staigus sukibimo praradimas. Dėl daviklių pažeidimo atsiveriant plyšiams, bandymai nutrūkdavo esant ypač mažoms slinkties reikšmėms (atkreipti dėmesį į padidintą slinkties mastelį 2.9 pav.). Nedidelis apsauginis betono sluoksnis neužtikrina reikiamo armatūros suvaržymo ir leidžia vertis išilginiams plyšiams. Tai ypač pavojinga inkaravimo zonose ir kraštiniuose iš anksto įtemptų konstrukcijų ruožuose, kuriuose pasireiškia didelė slinktis (Marti-Vargas 2015).

2.4. Antrojo skyriaus išvados

Apibendrinus antrojo skyriaus rezultatus, galima teigti, kad:

1. Atliekant įprastus strypo ištraukimo bandymus didelės įtakos gaunamiems rezultatams turi gniuždymo įtempiai dėl susidarancios atraminės reakcijos, trinties jėgos, vidinis mikropleišėjimas kontakto zonoje, netolygus deformacijų pasiskirstymas. Šie veiksniai lėmė, kad maksimalūs sukibimo įtempiai, nustatyti iš ištraukimo bandinių buvo 15–20 % didesni lyginant su sijų bandiniais.
2. Atliekant lenkiamos sijos bandymus, gaunamiems rezultatams didelės įtakos turi bendra bandinio kaip sistemos elgsena. Šį reiškinį gerai iliustruoja B3-s13 sijos slinkties ir vidutinių įtempių diagrama – pasireiškus slinkčiai ties abiem sijos galais stipriai padidėjo jos įlinkiai, susidarė papildomos trinties jėgos inkaravimo zonoje. Tas lėmė, kad B3-g12 sijos krentančioji sukibimo įtempių ir slinkties diagramos dalis skyrėsi nuo analogiškų sijų B1-g12 ir B2-g12.
3. Apsauginis betono sluoksnio storis gali turėti didelės įtakos sukibimo įtempiams. Apsauginiam betono sluoksniui sumažėjus nuo 50 iki 20 mm, maksimalūs sukibimo įtempiai sumažėjo 50–60 %.
4. Modifikuota sijos bandymo schema gali būti taikoma nustatant sukibimo įtempių ir slinkties priklausomybes lenkiamuose elementuose.

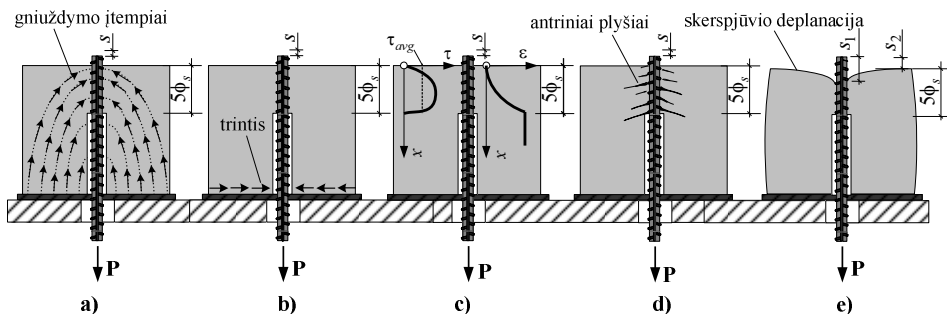
Armatūros ir betono sąveikos modeliavimo koncepcija

Įtempių perdavimas iš armatūros į betoną yra sudėtingas ir įvairiapusis reiškinys. Daugelį iš sąveikos procesų (betono glemžimą ties rumbeliais, antrinių plyšių susidarymą, armatūros slinktį betono atžvilgiu) tiksliai sumodeliuoti įmanoma tik taikant sudėtingus algoritmus mikromechaniniame lygmenyje. Dėl nevienalytės betono struktūros, sudėtingos mechaninės ir fizikinės elgsenos (susi-traukimo, relaksacijos, valkšnumo, drėgmės judėjimo) armatūros ir betono sąveikos tyrimai ir kuriami matematiniai modeliai maksimaliai supaprastinami, siekiant gauti apytikslius kokybinius šios sąveikos parametrus (Cholmianskij 1981).

Plačiai taikomas strypo ištraukimo iš betono bandymas, matuojat jėgą ir laisvojo (kartais ir apkrautojo) armatūros galo poslinkį, yra geras supaprastintos armatūros ir betono sąveikos tyrimų pavyzdys. Dar kartą panagrinėkime šią bandymo schemą atidžiau. 3.1 paveiksle parodytas standartinis strypo ištraukimo bandymas, kai armatūra palaipsniui traukiama iš betoninio kubelio. Kaip aptarta praeitame skyriuje, ištraukimo bandymo metu didžiojoje betono tūrio dalyje susidaro gniuždymo įtempiai, kurie sklinda nuo atrėmimo paviršiaus iki laisvojo armatūros galo (3.1 pav., a). Gniuždymo įtempiai apspaudžia armatūrą ir turi teigiamos įtakos armatūros ir betono sukibimui. Panašus efektas vyksta betoninio kubelio apačioje, kur gniuždymo įtempiai susidaro dėl trinties tarp

betono ir atrėmimo paviršiaus (3.1 pav., b). Gniuždymo įtempių poveikiui sumažinti inkaruotoji armatūros dalis atitraukiama nuo atrėmimo paviršiaus, taip pat naudojamos specialios tarpinės trinčiai sumažinti (*fib* 2000).

Kitas sunkiai įvertinamas veiksnys atliekant ištraukimo bandymą yra netolygus sukibimo įtempių ir deformacijų pasiskirstymas armatūros ir betono sąveikos ruože. Kaip parodyta 3.1 paveiksle, c), sukibimo įtempiai pasiskirsto netiesiškai – jie yra lygūs nuliui ties apkrautuoju ir laisvuju armatūros galais, o per ruožo vidurį pasiekia maksimumą (Abrishami ir Mitchell 1996; Dang *et al.* 2014). Pagal ištraukimo bandymo schemą įmanoma apskaičiuoti tik vidutinius sukibimo įtempius τ_{vid} , todėl armatūros ir betono sąveikos ruožas mažinamas, siekiant sušvelninti netolygaus įtempių pasiskirstymo efektą. Atlikti tyrimai inkaruojant tik kelis armatūros rumbelius (Rehm 1961) pasižymėjo ypač didele rezultatų sklaida ir šiuo metu dažniausiai taikomas 5Ø (čia Ø – armatūros skersmuo) sąveikos ruožo ilgis.



3.1 pav. Veiksniai, turintys įtakos armatūros ir betono sąveikai atliekant įprastą strypo ištraukimo bandymą: a) gniuždymo įtempių sklidimas; b) trintis tarp betoninio bandinio ir atrėmimo paviršiaus; c) netolygus deformacijų ir sukibimo įtempių pasiskirstymas per sąveikos ruožo ilgį; d) antrinių plyšių susidarymas; e) skerspjuvio deplanacija

Fig. 3.1. Different effects influencing bond-slip relationships in usual pull-out test

- technique : a) and b) compressive stresses and friction from the bearing plate;
 c) non-uniform distribution of bond stresses and steel strain along anchorage length;
 d) development of internal cracks; e) section warping around the reinforcement

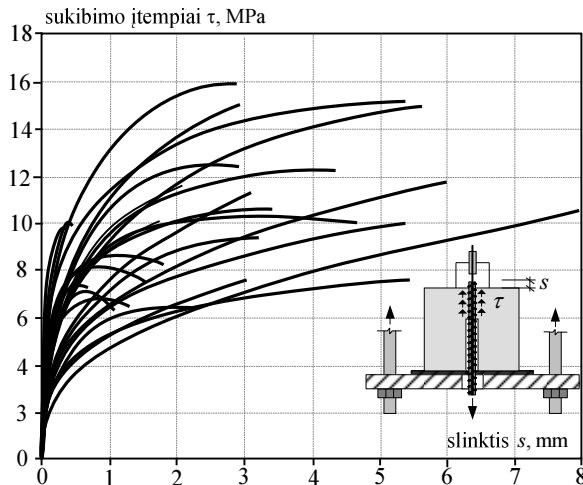
Armatūros deformacija taip pat turi įtakos sukibimo įtempiams (Shima 1987, Kankam 1997, Wu ir Gilbert 2009). Kai strypas traukiamas iš betono kubelio, deformacija armatūroje kinta nuo nulio ties laisvuju, iki maksimalios reikšmės ties apkrautuoju galu (3.1 pav., c). Taikant strypo ištraukimo bandymo schemą, deformacijos įtakos praktiškai neįmanoma įvertinti (Maekawa 2003).

Dar vienas svarbus veiksnys yra antrinių plyšių susidarymas ties armatūros rumbeliais. Supleišėjęs vidinis betono ruožas greta armatūros perima įtempius iš

armatūros ne tik tolygiai, bet ir tam tikromis diskrečiomis porcijomis, atitinkančiomis pasvirusius betoninius spyrius (žr. 3.1 pav., d). Dėl tokio sudėtingo įtempių būvio aplink armatūrą, praktiškai yra labai sudėtinga nustatyti vietinį, armatūros ir betono sąveikos dėsnį, o gaunami rezultatai atspindi tik tam tikrą sąveikos vidurkį.

Iškyla sunkumų ir eksperimentiškai nustatant strypo slinktį betono atžvilgiu. Dėl skerspjuvio deplanacijos apkrovimo metu, išmatuota slinktis tampa priklausoma nuo pasirinktos atskaitos sistemos (žr. 3.1 pav., e).

Minėti sunkiai įvertinami armatūros ir betono sąveikos parametrai lemia, kad net ir taikant paprastą ištraukimo bandymą gaunama didelė rezultatų sklaida. 3.2 paveiksle parodyta gaunamų vidutinių sukibimo įtempių ir slinkties diagramų sklaida, surinkus skirtingų autorių skelbiamus rezultatus (Focacci *et al.* 2000).



3.2 pav. Tipinė vidutinių sukibimo įtempių ir slinkties diagramų sklaida atliekant ištraukimo bandymą (pagal Focacci *et al.* 2000)

Fig. 3.2. Typical scatter of the bond-slip relationships from the pull-out tests (adpted from Focacci *et al.* 2000)

Nepaisant to, kad ištraukimo bandymas tik labai supaprastintai atspindi sudėtingą armatūros ir betono sąveikos mechanizmą, dauguma iš šiuo metu pasiūlytų sąveikos modelių yra pagrįsti būtent šia bandymo metodika. Apdorojant eksperimentinius ištraukimo bandymo rezultatus, sąveikos modelius siūlė Rehm (1961) Cholmianskij (1981), Eligehausen *et al.* (1983), Shima (1987), Cosenza *et al.* (1997), Hong ir Park (2012). Paskutiniuoju pasaulinių projektavimo re-

komendacijų laidoje Model Code (2010) siūlomas armatūros ir betono sąveikos modelis taip pat yra pagrįstas ištraukimo bandymais (Model Code taikomas Eligehausen (1982) pasiūlytas modelis).

Taikant supaprastintus armatūros ir betono sąveikos modelius konstrukcijų pleišėjimui ir deformacijoms modeliuoti, dažnai gaunami eksperimentams prieštaraujantys rezultatai. Prieštaravimų pavyzdys pateikiamas Beeby (2005) darbe, analizuojant parametro \emptyset / ρ (čia \emptyset – armatūros skersmuo, ρ – armavimo procentas) įtaką atstumams tarp plyšių. Pastebėta, kad Model Code (1990) siūloma atstumų tarp plyšių skaičiavimo metodika prieštarauja tose pačiose rekomendacijose pateikiamam armatūros ir betono sąveikos modeliui. Prieštaringi rezultatai buvo gauti ir Wu ir Gilberto (2009) analizuojant tempiamų gelžbetoninių prizmių pleišėjimą ir deformacijas. Buvo prieita prie išvados, kad taikant įprastą laipsninę sukibimo įtempių ir slinkties funkciją (pasiūlytą Eligehausen 1983 ir šiuo metu taikoma Model Code (2010)), gaunami prieštaringi eksperimentiniams rezultatai. Wu ir Gilbertas (2009) pasiūlė modifikuoti įprastą armatūros ir betono sąveikos dėsnį, įtraukiant armatūros deformaciją, kaip parametą turintį didelės įtakos sukibimui. Autoriaus atlikta skaitinė lenkiamųjų ir tempiamųjų armuoto betono elementų pleišėjimo ir deformacijų analizė (Jakubovskis *et al.* 2013, Jakubovskis *et al.* 2014), taip pat parodė, kad esami armatūros ir betono sąveikos modeliai tinka tik atskirais atvejais.

Aptarti pavyzdžiai rodo, kad tinkamumo ribinio būvio vertinimas taikant įprastus, dažniausiai strypo ištraukimo bandymais pagrįstus armatūros ir betono sąveikos modelius, dažnai yra prieštaringas ir neatitinka eksperimentinių rezultatų. Tai paskatino ieškoti alternatyvių armatūros ir betono sąveikos modelių, kuriais būtų galima netiesiogiai įvertinti sudėtingus armatūros ir betono sąveikos aspektus: išilginių plyšių plitimą, pažeidimo zonos įtaką, konstrukcinius veiksnius. Trečiojo skyriaus tematika paskelbti 4 straipsniai (Jakubovskis ir Gudonis 2011, Kaklauskas *et al.* 2011, Girdžius *et al.* 2011, Meškėnas *et al.* 2014).

3.1. Siūlomo armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodo prielaidos

Kaip aptarta ankstesniame poskyryje, net ir supaprastinti armatūros ir betono sąveikos tyrimai pasižymi gana didele rezultatų sklaida, o gaunami rezultatai (sukibimo įtempių ir slinkties funkcija) yra ne vietiniai o atspindi tam tikrą sąveikos ruožo vidurkį. Apskritai, vidutinės konstrukcijų deformacijos yra lengviau išmatuojamas dydis ir pasižymi daug mažesne rezultatų sklaida (Farra ir Jaccoud 1993), lyginant su tam tikro specifinio dydžio matavimu (plyšio pločiu ar vietine slinktimi). Šį reiškinį galima paaiškinti tuo, kad dėl nevienalytės betono struktūros konstrukciniame lygmenyje vietiniai efektai turi statistinio

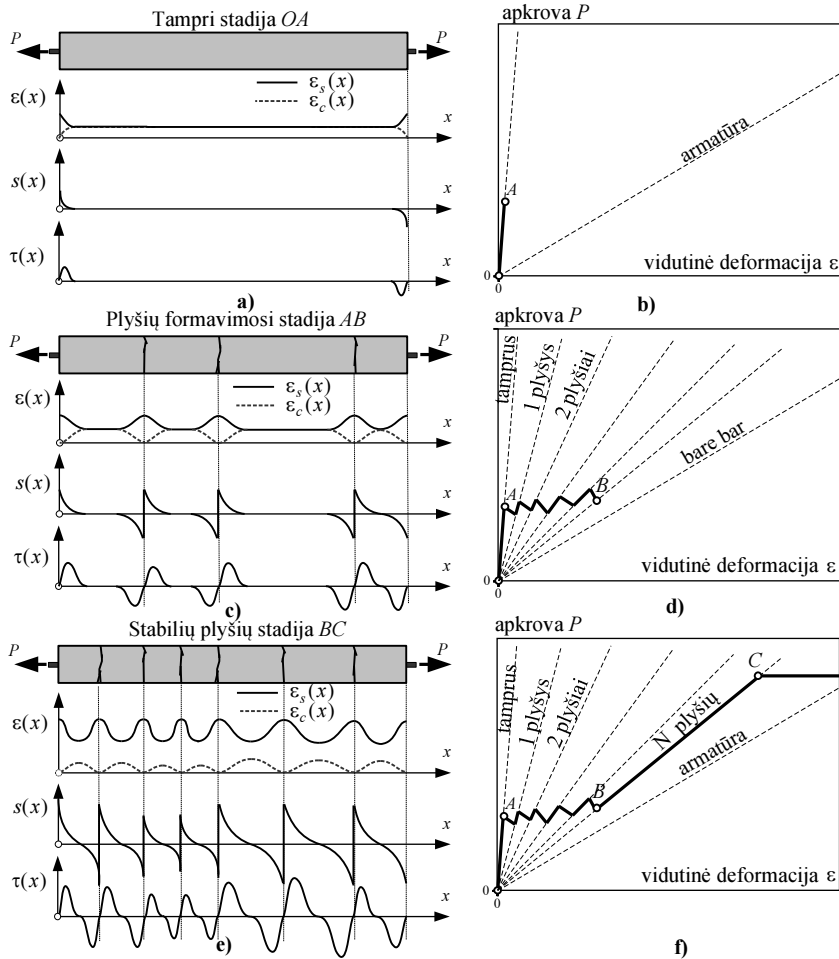
pasiskirstymo pobūdį. Šių efektų vidurkis (vidutinis plyšio plotis, vidutinis atstumas tarp plyšių ar vidutinės deformacijos) yra daug pastovesnis dydis.

Remiantis vidutine konstrukcinių elementų deformavimosi ir pleišėjimo elgsena, šiame darbe siūloma išvesti vietinį armatūros ir betono sąveikos dėsnį, netiesiogiai įvertinantį sudėtingus armatūros ir betono sąveikos aspektus: pagrindinių ir antrinių plyšių susidarymą, įtempių būvį betone ir armatūroje, deformacijų pasiskirstymą tarp plyšių, pažeidimo zonos ir išilginių plyšių plitimą.

Visus šiuos reiškinius apima konstrukcinių požūrių patys paprasčiausi tempiamieji gelžbetoniniai elementai. Nors praktikoje šie elementai pasitaiko retai, tyrimų ir modelių kūrimo tikslais jie yra dažnai naudojami nes gali pakankamai tiksliai atspindėti konstrukcijų tempiamąsias zonas (Fantilli 2012).

Panagrinėkime tempiamą gelžbetoninę prizmę, parodytą 3.1 paveiksle, a). Esant nedidelėms apkrovos reikšmėms, armatūros slinktis pasireiškia tik nedideliose ruožuose ties elemento galais ir prizmė deformuojasi tampa, kaip parodyta 3.1 paveiksle, b). Didėjant apkrovai, armatūra perduoda įtempius betonui, kol tam tikrame pjūvyje pasiekiamas tempiamasis betono stipris ir atsiveria pirmasis plyšys. Nagrinėjama prizmė patenka į plyšių formavimosi stadiją, kai net nedidelis apkrovos prieaugis sukelia naujų plyšių atsivėrimą. Ties kiekvienu plyšiu prarandama armatūros ir betono deformacijų darna (žr. 3.2 pav., c) armatūros ir betono deformacijų kreives $\varepsilon_s(x)$ ir $\varepsilon_c(x)$). Dėl to susidaro slinktis $s(x)$ ir pradeda veikti sukibimo įtempiai $\tau(x)$. Kai atstumas tarp plyšių tampa mažesnis nei reikalingas betono tempiamajam stipriui pasiekti, plyšių atsivėrimas stabilizuojasi ir elementas pereina į stabilių plyšių stadiją BC (3.2 pav., e). Šioje stadijoje pasiekiamos didelės armatūros deformacijos ir slinktis pasireiškia per visą elemento ilgį. Elemento irimas prasideda viename iš plyšių pasiekus armatūros takumą (Somayaji ir Shah 1981).

Iš aptartos tempiamojo gelžbetoninio elemento elgsenos galima pastebėti, kad kiekvienoje apkrovos pakopoje elementą visiškai charakterizuoja trys tarpusavyje susiję dydžiai: 1) vidutinės elemento deformacijos; 2) plyšių skaičius (arba vidutinis atstumas tarp plyšių); 3) armatūros ir betono deformacijų, slinkties ir sukibimo įtempių pasiskirstymas tarp plyšių. Fizikine prasme šiuos tris dydžius sieja armatūros ir betono sąveikos dėsnis, remiantis kuriuo remiantis galima sumodeliuoti elemento pleišėjimo ir deformavimosi procesą netaikant atskirų empirinių formulių vidutinėms deformacijoms ar atstumui tarp plyšių nustatyti.



3.1 pav. Tempiamojo gelžbetoninio elemento deformavimosi ir pleišėjimo stadijos: a) ir b) tampri stadija; c) ir d) plyšių formavimosi stadija; e) ir f) stabilių plyšių stadija

Fig. 3.1. Deformation and cracking stages of tensile RC tie: a) and b) elastic stage; c) and d) crack formation stage; e) and f) stabilized cracking stage

Šiam darbe yra siūloma išvesti armatūros ir betono sąveikos dėsnius, remiantis eksperimentine tempiamųjų gelžbetoninių elementų elgsena. Šiam tikslui toliau taikomos trys pagrindinės prielaidos:

1. Vidutinės elemento deformacijos yra žinomos ir apskaičiuojamos taikant tam tikrą metodą.

2. Vidutiniai atstumai tarp plyšių yra žinomi.

3. Armatūros deformacijų kitimas tarp plyšių yra žinomas.

Pirmoji prielaida, taikoma vidutinių plyšių modeliavimo kryptyje, yra įprasta apskaičiuojant gelžbetoninių konstrukcijų deformacijas. Beveik visos projektavimo normos remiasi vidutinių plyšių prielaida, kai nevertinama atskirų plyšių padėtis ir deformacijų pasiskirstymo tarp plyšių. Vidutinėms supleišėjusio elemento deformacijoms skaičiuoti dažniausiai siūlomos tam tikros empirinės išraiškos. Išvedant armatūros ir betono sąveikos dėsnį, šiame darbe remiamasi Model Code (2010) siūloma vidutinių deformacijų skaičiavimo formule:

$$\varepsilon_m = \xi \varepsilon_{II} + (1 - \xi) \varepsilon_I \quad (3.1)$$

čia ε_m – vidutinė elemento deformacija; ε_I ir ε_{II} – nesupleišėjusio ir visiškai supleišėjusio skerspjūvio deformacija; ξ – deformacijų pasiskirstymo koeficientas, apskaičiuojamas:

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{P_{cr}}{P} \right)^2 \quad (3.2)$$

čia β – koeficientas, įvertinantis apkrovos trukmę (kai apkrova trumpalaikė $\beta = 1$, ilgalaikio apkrovimo atveju $\beta = 0,5$). Šiame darbe toliau bus nagrinėjamas trumpalaikio apkrovimo atvejis kai $\beta = 1$; P_{cr} – apkrova, sukelianti elemento pleišėjimą; P – nagrinėjamas apkrovos lygmuo.

Model Code (2010) kartu su kitais vidutinių deformacijų apskaičiavimo metodais statistiškai nagrinėtas Girždiaus (2011) darbe. Rezultatai parodė, kad eliminavus elementų susitraukimo deformacijas Model Code (2010) siūlomu skaičiavimo metodu galima gauti tikslūs (statistinė prasme) rezultatus. Pagal siūlomą armatūros ir betono sąveikos modeliavimo koncepciją, vidutinėms elementų deformacijoms skaičiuoti gali būti taikomi ir kiti skaičiavimo metodai.

Antroji prielaida yra reikalinga elemento pleišėjimo pobūdžiui aprašyti. Plyšio pločio skaičiavimas dažniausiai atliekamas remiantis empirinėmis ar pusiau analizinėmis formulėmis, kuriose vienu ar kitu atveju naudojamas atstumas tarp plyšių (Borosnyoi ir Balzs 2005). Plyšio pločio apskaičiavimo formulės dažniausiai yra nepriklausomos nuo deformacijų apskaičiavimo modelių, nors neabejotinai šie du dydžiai yra susiję. Šiame darbe siūloma atstumų tarp plyšių skaičiavimo formulė, suderinta su pasirinktu vidutinių deformacijų apskaičiavimo modeliu.

Trečioji prielaida, yra susijusi su diskretaus elementų pleišėjimo kryptimi, kai svarbus tampa deformacijų pasiskirstymas tarp atskirų plyšių. Turint armatūros deformacijų pasiskirstymo funkciją tam tikrame elemento ruože, galima apskaičiuoti likusius armatūros ir betono sąveiką apibūdinančius dydžius (sukibimo įtempius, bet kurio taško slinktį ir sukibimo įtempių – slinkties priklaus-

somybę). Pagal trečiąją prielaidą priimtas armatūros deformacijų pasiskirstymas tarp plyšių turi būti suderintas su pirmąja ir antrąja prielaidomis (vidutinių deformacijų ir vidutinių atstumų tarp plyšių).

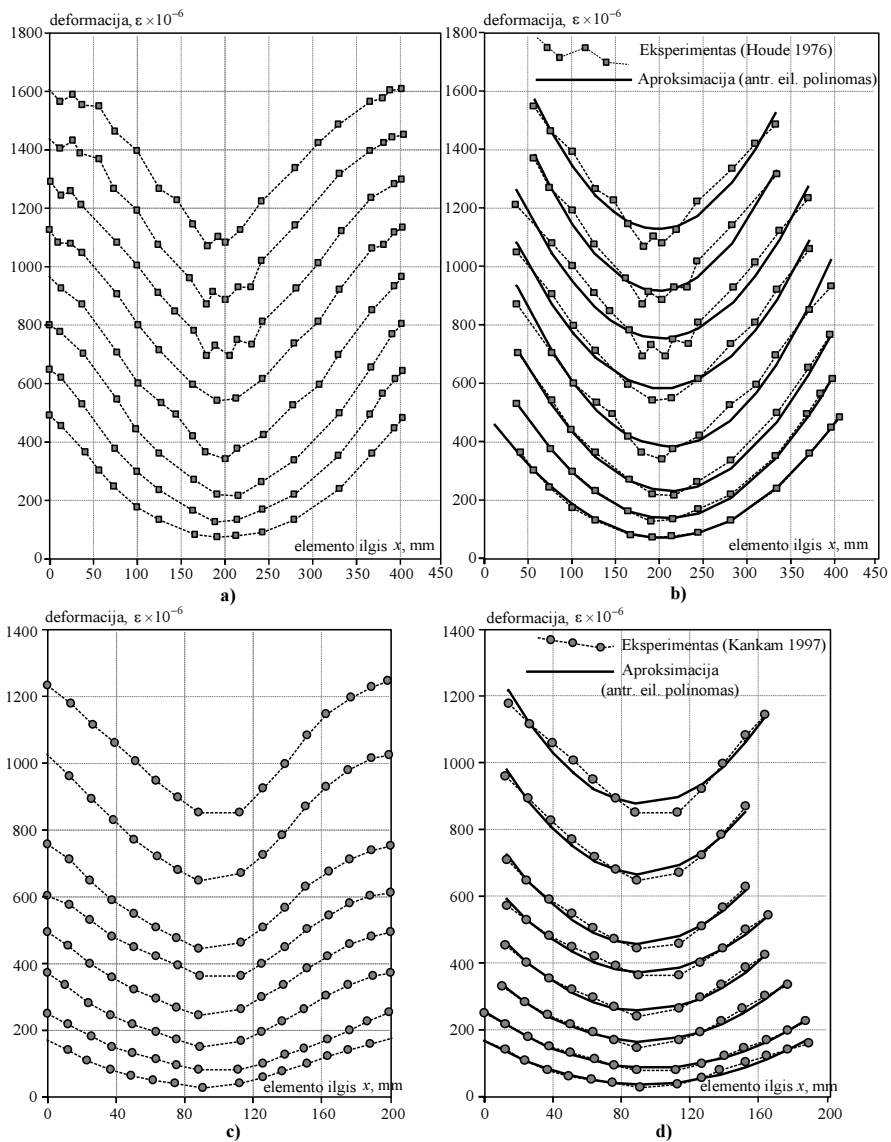
Pagal siūlomą armatūros ir betono sąveikos modeliavimo koncepciją, deformacijų pasiskirstymas tarp plyšių yra vienas svarbiausių aspektų, nulemiančių tolimesnius rezultatus. Kitame skirsnyje šis klausimas aptariamas detaliau.

3.2. Armatūros deformacijų pasiskirstymas tarp plyšių

Armatūros deformacijų kitimas faktiškai atspindi įtempių perdavimo iš armatūros į betoną procesą. Iš deformacijų pokyčio tam tikro ilgio ruože galima spręsti apie įtempių persiskirstymą tarp armatūros ir betono bei šiame ruože veikiančius sukibimo įtempius. Be to, integruojant armatūros deformacijų pasiskirstymo funkciją, galima apskaičiuoti ir bet kurio armatūros taško slinktį betono atžvilgiu.

Armatūros deformacijos betone buvo pradėtos apytiksliai matuoti dar XX a. pradžioje (Glanville 1939), iki armatūros išgręžiant specialias kiaurymes betone ir mechaniniais davikliais matuojant santykinį dviejų gretimų taškų poslinkį. Atsiradus tenzorezistoriams, armatūros deformacijų pasiskirstymo matavimai tapo daug tikslesni (Houde 1973, Scott ir Gill 1987, Kankam 1997, Baena 2010, Wenkenbach 2011).

Panagrinėkime elektrinių tenzorezistorių būdu užfiksuotą deformacijų pasiskirstymą gelžbetoniniame bloke (Houde 1973). Galima pastebėti, kad armatūros deformacija vidurinėje bloko dalyje kinta pagal kreivę, artimą parabolę (3.2 pav., a). Artėjant prie elemento kraštų, deformacijų kreivė formuoja charakteringą persilenkimo tašką, kuris atitinka sukibimo įtempių mažėjimo pradžią. Kaip aptarta 1.3 poskyryje, ties elemento kraštais pasireiškia kontakto zonos pažeidimas ir šioje srityje galioja atskiras armatūros ir betono sąveikos dėsnis. Iš eksperimentinių deformacijų pasiskirstymo kreivių atmeskime kraštines sritis, kurios yra už persilenkimo taško, kaip parodyta 3.2 paveiksle, b). Tokiu atveju eksperimentinės kreivės gerai aproksimuojamos antros eilės polinomu $a_1x^2 + a_2x + a_3$. Mažiausių kvadratų metodu parinkti antros eilės polinamai parodyti ištisine linija 3.2 paveiksle, b). Determinacijos koeficientas R^2 svyravo nuo 0,99 esant mažiems apkrovos lygmenims, iki 0,87 paskutinėse apkrovos stadijose.



3.2 pav. Deformacijų pasiskirstymas centriškai tempiamosse gelžbetoninėse prizmėse:

a) ir b) rezultatai gauti Houde (1973) ir jų aproksimacija antros eilės polinomu;

c) ir d) rezultatai gauti Kankam (1997) ir jų aproksimacija antros eilės polinomu

Fig. 3.2. Distribution of steel strain in tensile RC ties: a) and b) results of Houde (1973) and approximation of the results using second-order polynomial c) and d) results of Kankam (1997) and approximation of the results using second-order polynomial

Antros eilės polinomas gerai tiko ir Kankamo (1997) gautiems eksperimentiniams deformacijų pasiskirstymo duomenims. 3.2 paveiksle, c) parodyti eksperimentiškai užfiksuoti duomenys, o 3.2 paveiksle, d) – jų aproksimavimas atmetus kraštines zonas. Determinacijos koeficientas taip pat buvo artimas vienetui pradinėse apkrovos stadijose ($R^2 = 0,92\text{--}0,95$) ir mažėjo didėjant apkrovos lygmeniui ($R^2 = 0,88\text{--}0,9$).

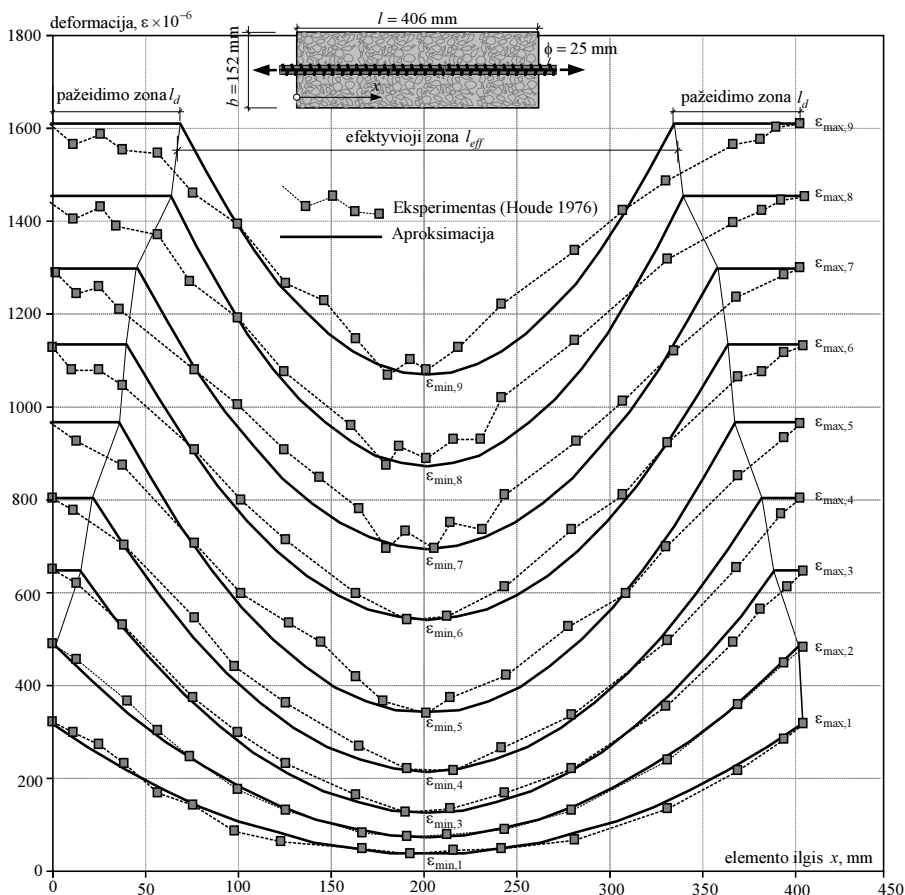
Galima daryti išvadą, kad tam tikrame ruože per gelžbetoninio elemento vidurį, kuris yra neveikiamas kontakto zonos pažeidimo, armatūros deformacijos pasiskirsto pagal kreivę, artimą parabolei. Šią zoną toliau vadinsime efektyviąja ir žymima l_{ef} . Zona, kurioje negalioja parabolinis deformacijų pasiskirstymas (pažeidimo zona) (žr. 1.3 poskyrį) žymima l_d .

3.2 paveiksle c) ir d) efektyvioji ir pažeidimo zonos buvo įvertintos grafiškai, atmetant duomenis, kurie yra už deformacijų kreivės persilenkimo taško. Norint tiksliai įvertinti šių zonų ribas, reikalingas analizinis modelis, aprašantis deformacijų kitimą zonose greta plyšių. Šiam modeliui išvesti dar kartą panagrinėjame 3.3 paveiklėse parodytą armatūros deformacijų pasiskirstymą, užfiksuotą Houde (1973). Grafike parodytos 9 deformacijų pasiskirstymo kreivės, turinčios eksperimentiškai užfiksuotus maksimumo ir minimumo taškus (atitinkamai $\varepsilon_{\max,1}, \varepsilon_{\max,2}, \dots, \varepsilon_{\max,9}$ ir $\varepsilon_{\min,1}, \varepsilon_{\min,2}, \dots, \varepsilon_{\min,9}$). Be to, kiekvienai eksperimentinei kreivei galima apskaičiuoti vidutines deformacijas $\varepsilon_{\text{vid},1}, \varepsilon_{\text{vid},2}, \dots, \varepsilon_{\text{vid},9}$. Pavyzdžiui, imkime 5-ąją deformacijų pasiskirstymo kreivę. Ankstesniame poskyryje buvo parodyta, kad vidurinioji šios kreivės dalis gali būti aproksimuota antros eilės polinomu $a_1x^2 + a_2x + a_3$. Kraštinėse zonose šis pasiskirstymas negalioja, todėl supaprastintai daroma prielaida, kad pažeidimo zonoje sukibimo įtempiai staiga tampa lygūs nuliui ir armatūros deformacijos lieka pastovios.

Nagrinėjama 5-oji deformacijų pasiskirstymo kreivė aproksimuojama taikant tiesinę ir parabolinę funkcijas, kurios atitinka pažeidimo ir efektyviąją deformacijų pasiskirstymo zonas.

Šių zonų dydis apskaičiuojamas remiantis trimis sąlygomis:

1. Aproksimuotos kreivės maksimumo taškas yra lygus eksperimentiškai užfiksuotam maksimumui.
2. Aproksimuotos kreivės minimumo taškas yra lygus eksperimentiškai užfiksuotam minimumui.
3. Aproksimuotos ir eksperimentinės kreivės vidutinės deformacijos yra lygios.



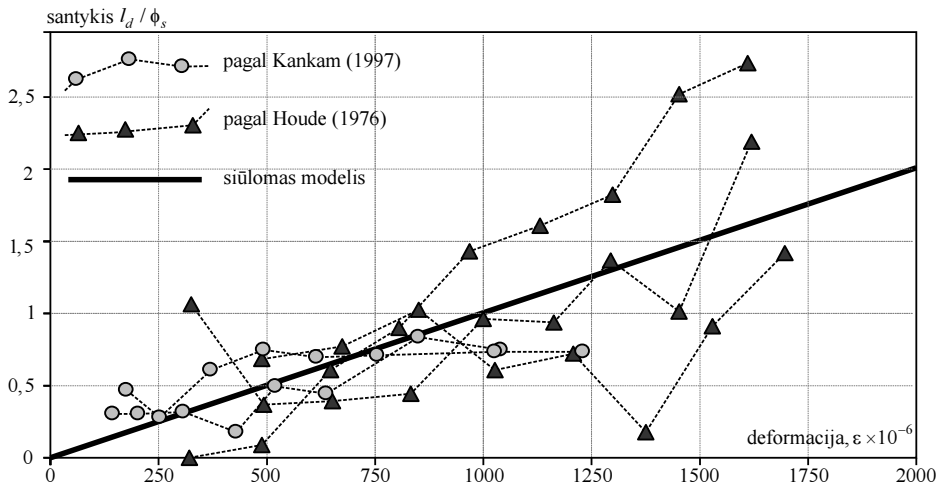
3.3 pav. Eksperimentinio armatūros deformacijos pasiskirstymo aproksimavimas taikant efektyviąją ir pažeidimo zonas

Fig. 3.3. Approximation of experimental steel strain distribution using the concept of effective and damage zones

3.3 paveiksle parodytos pagal šias tris sąlygas apskaičiuotos deformacijų pasiskirstymo kreivės (ištininė juoda linija) visiems apkrovos lygmenims. Galima pastebėti, kad apskaičiuotoji pažeidimo zona l_d , didėjant apkrovai taip pat didėja. Šis reiškinys sutampa su kitų tyrėjų iškeltomis prielaidomis, kad armatūros deformacija netiesiogiai atspindi sąlytyje su armatūra esančio betono pažeidimo lygį (Shima 1987; Maekawa *et al.* 2003, Ruiz *et al.* 2007). Vis dėlto,

fizikine prasme pažeidimo zonos didėjimas priklausomai nuo apkrovos dar nebuvo įvertintas.

Analogiškai skaičiavimai, atlikti ir su kitais Houde (1973) bei Kankam (1997) skelbiamais rezultatais. Gauti duomenys (pažeidimo zonos funkcija nuo deformacijoms lygmens) parodyti 3.4 paveiksle. Ankstesniuose tyrimuose buvo nustatyta (žr. 1.3 poskyrį), kad pažeidimo zonos dydis yra tiesiogiai proporcingas armatūros skersmeniui, todėl 3.4 paveiksle pažeidimo zona yra normalizuota skersmens atžvilgiu l_d / ϕ .



3.4 pav. Pažeidimo zonos kitimas didėjant apkrovai
Fig. 3.4. Evolution of damage zone with increasing load

Nagrinėjant 3.4 paveiksle pateiktus rezultatus galima pastebėti, kad nors apskaičiuotieji taškai yra išsibarstę, tačiau turi bendrą tendenciją. Šiame darbe siūloma paprasta išraiška gautiems rezultatams aprašyti:

$$\frac{l_d}{\phi} = 1000\epsilon \Rightarrow l_d = 1000\epsilon\phi \quad (3.3)$$

čia ϵ – armatūros deformacija plyšyje; ϕ – armatūros skersmuo.

Pažeidimo zonos kitimas priklausomai nuo apkrovos modeliuojamas tiesės lygtimi, kurios kintamas parametras yra nesunkiai apskaičiuojama armatūros deformacija plyšyje. Išvedant armatūros ir betono sąveikos modelį toliau šiame darbe bus remiamasi (3.3) lygtimi, skirta pažeidimo zonos dydžiui rasti.

Apkrovos lygmenį P_i atitinkančios jėgos $N_{s,i}$ ir $N_{c,i}$ schematiškai parodytos 3.6 paveiksle. Reikia atkreipti dėmesį, kad tai yra vidutinės jėgos, tenkančiam visam supleišėjusiam elementui. Toliau išskirkime vieną ruožą tarp plyšių, arba betoninį bloką, kurio ilgis l_{cr} . Pagal priimtas prielaidas, vidutinė jėga armatūroje ir betone ($N_{s,i}$ ir $N_{c,i}$) yra žinoma, taip pat žinomas atstumas tarp plyšių l_{cr} . Remiantis trečiąja prielaida, žinoma ir armatūros deformacijų (o kartu ir armatūros jėgos $N_s(x)$) pasiskirstymo forma. Taikant diferencialinį ryšį tarp sukibimo įtempių, armatūros deformacijos ir slinkties (žr. 1.1.2 skirsnį), galima apskaičiuoti visus armatūros ir betono sąveiką apibūdinančius parametrus ir nagrinėjamam ruožui tarp plyšių sudaryti sukibimo įtempių ir slinkties funkciją.

Panagrinėkime šiuos žingsnius detaliau. 3.6 paveiksle parodytas dviejų greitimų plyšių apribotas gelžbetoninis blokas. Atstumą tarp plyšių l_{cr} padalinsime į efektyviąją ir pažeidimo zonas: $l_{cr} = l_{eff} + 2l_d$. Pažeidimo zonoje l_d sukibimo įtempiai yra lygūs nuliui, todėl jėga armatūroje lieka pastovi, o jėga betone yra lygi nuliui. Kai plyšio plotis pasiekia 0,15–0,2 mm dydį, betonas įtempių per plyšį praktiškai neperduoda (Shi 2009). Tokie plyšio pločiai yra būdingi stabilių plyšių stadijoje, kuri šiuo atveju nagrinėjama. Įtempiai, perduodami per plyšio plokštumą yra svarbūs plieno plaušu armuotų elementų atveju ir turi būti įvertinti modeliuojant pleišėjimo ir deformavimosi procesą (Meškėnas et al. 2014). Efektyviojoje zonoje l_{eff} armatūros deformacija ir jėga armatūroje $N_s(x)$ kinta pagal parabolinį dėsnį. Remiantis (3.4) pusiausvyros sąlyga, jėga betone $N_c(x)$ taip pat kinta pagal parabolinį dėsnį (žr. 3.6 pav., a).

Jėgos betone kitimą efektyviojoje zonoje galima aprašyti antros eilės polinomu: $a_1x^2 + a_2x + a_3$. Tiksliai betono kitimo funkcijai gauti reikia rasti tris nežinomus koeficientus: a_1 ; a_2 ; a_3 . Vieną nežinomą koeficientą galima eliminuoti darant prielaidą, kad parabolės viršūnė yra ties nagrinėjamo bloko centru:

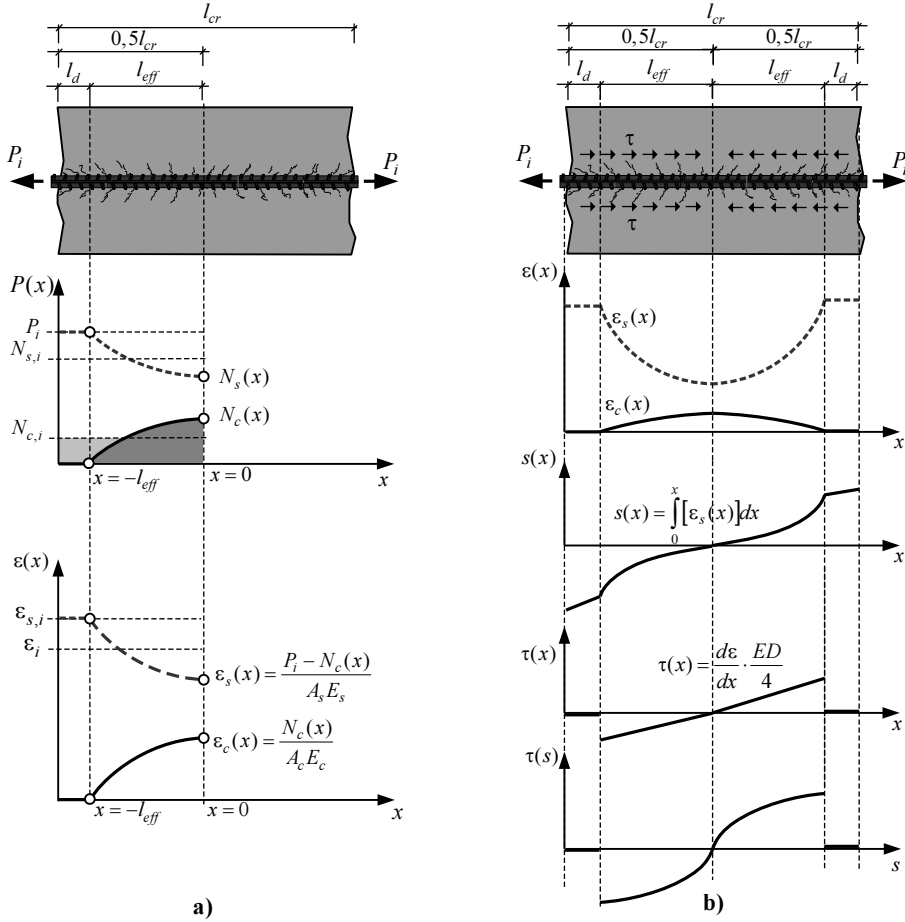
$$N_c(x) = a_1x^2 + a_2 \quad (3.5)$$

Koeficientams a_1 ir a_2 rasti taikysime dvi papildomas sąlygas. Pagal pirmąją sąlygą, jėga betone yra lygi nuliui efektyviosios zonos pradžioje ir pabaigoje:

$$N_c(-l_{eff}) = N_c(l_{eff}) = 0 \quad (3.6)$$

Antroji sąlyga užtikrina, kad vidutinė jėga betone, apskaičiuota taikant tam tikrą modelį (šiuo atveju Model Code 2010) yra lygi vidutinei jėgai perduodamai per sukibimo įtempius. Matematiškai ši sąlyga išreiškiama kaip plotų, kuriuos apriboja kreivės $N_c(x)$ ir N_{cs} , lygybė (žr. 3.6 pav., a):

$$\int_{-l_{eff}}^0 N_c(x) dx = N_{c,i} \cdot 0,5l_{cr} \quad (3.7)$$



3.6 pav. Charakteringų dydžių kitimas ruože tarp plyšių: a) jėgos armatūroje ir betone pasiskirstymas ir šias jėgas atitinkančios deformacijos; b) slinkties ir sukibimo įtempių pasiskirstymas

Fig. 3.6. Variation of characteristic parameters within a concrete block: a) distribution of load and strain in steel and concrete; b) distribution of slip and bond stresses

Remiantis aprašytosiomis sąlygomis galima sudaryti lygčių sistemą:

$$\begin{cases} a_1 \cdot (0,5l_{cr} - l_d)^2 + a_2 = 0 \\ a_1 \cdot \frac{(0,5l_{cr} - l_d)^3}{3} + a_2 (0,5l_{cr} - l_d) = N_{c,i} \cdot 0,5l_{cr} \end{cases} \quad (3.8)$$

Išsprendus šią lygčių sistemą randami koeficientai a_1 ir a_2 bei sudaroma funkcija $N_c(x)$. Jėgos armatūroje kitimo funkcija $N_s(x)$ apskaičiuojama remiantis pusiausvyros sąlyga (3.4):

$$N_s(x) = P_i - N_c(x) \quad (3.9)$$

čia P_i – nagrinėjamas apkrovos lygmuo.

Deformacijų kitimo armatūroje funkcija randama gautą jėgą dalinant iš armatūros ašinio standumo:

$$\varepsilon_s(x) = \frac{P_i - N_c(x)}{A_s E_s} = \frac{P_i - (a_1 x^2 + a_2)}{A_s E_s} \quad (3.10)$$

čia A_s ir E_s – atitinkamai armatūros skerspjūvio plotas ir tamprumo modulis.

Taikant diferencialinį ryšį tarp armatūros deformacijos, slinkties ir sukibimo įtempių (žr. 1.1.2 skirsnį), galima parašyti:

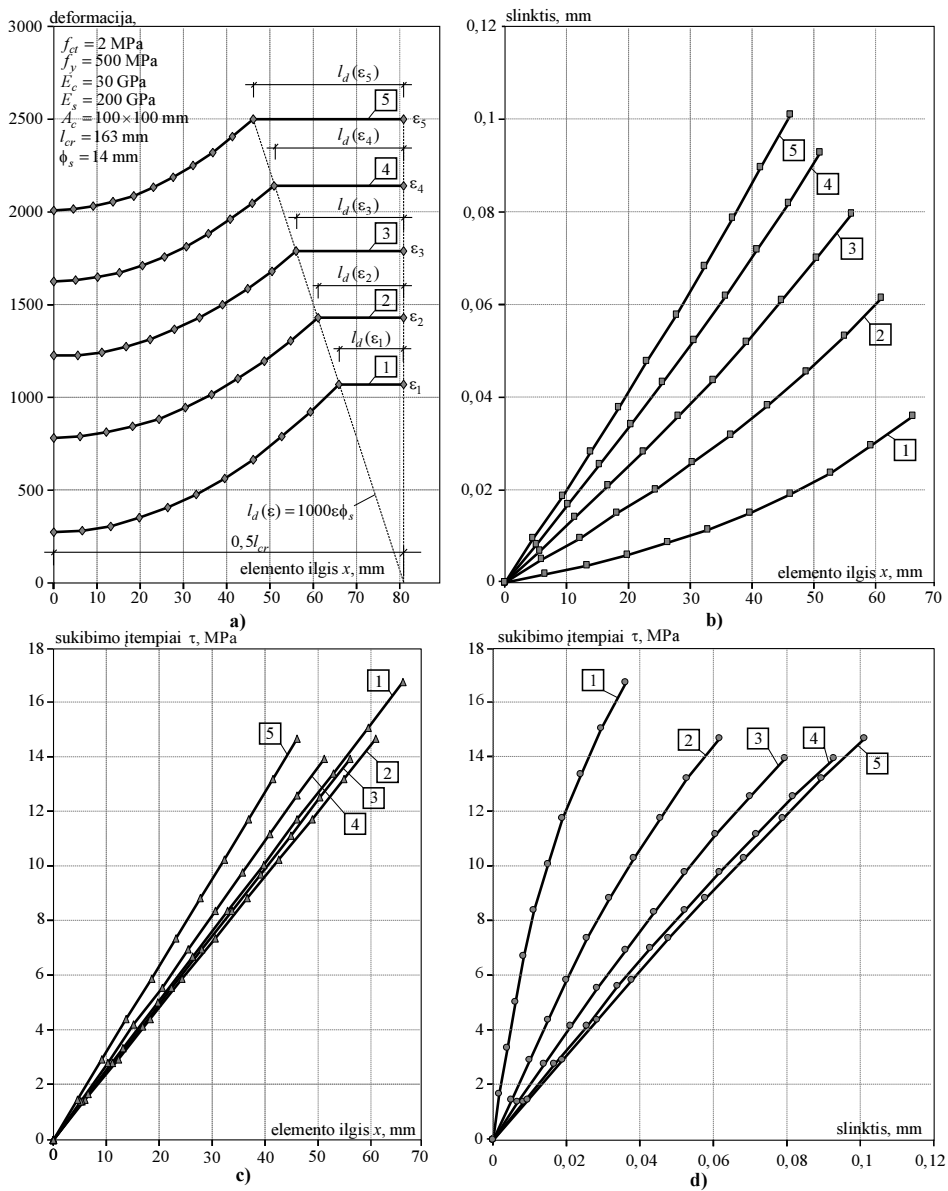
$$s(x) = \frac{1}{A_s E_s} \left(P_i x - \frac{1}{3} a_1 x^3 - a_2 x \right) \quad (3.11)$$

$$\tau(x) = E_s \frac{\phi_s}{4} \left(-2a_1 \frac{x}{A_s E_s} \right) \quad (3.12)$$

čia $s(x)$ ir $\tau(x)$ – atitinkamai slinkties ir sukibimo įtempių funkcijos.

Apskaičiuojant slinktį, betono deformacijos nevertinamos. Aukštose apkrovos stadijose betono ruožo tarp plyšių poslinkis yra keliomis eilėmis mažesnis dydis nei armatūros. Ši prielaida taikyta Shima (1987) ir Kankam (1997) darbuose. Pastarajame darbe pabrėžiama, kad slinktį apskaičiuojant tik integruojant armatūros deformaciją, maksimali paklaida sudaro mažiau nei 10 %.

Radus slinkties ir sukibimo įtempių pasiskirstymo funkcijas $s(x)$ ir $\tau(x)$, galima sudaryti funkciją $\tau(s)$. Aprašytojo skaičiavimo algoritmo rezultatai grafiškai pateikti 3.7 paveiksle. Buvo nagrinėjamas pavyzdinis 100×100 mm skerspjūvio elementas, armuotas $\varnothing 14$ mm strypu. Priimtas atstumas tarp plyšių $l_{cr} = 163$ mm yra artimas eksperimentiniam galutiniam atstumui tarp plyšių (tikslus atstumo tarp plyšių skaičiavimo modelis bus išvedamas vėliau). Kiti skaičiavimui reikiami duomenys pateikiami 3.7 paveiksle, a), kartu su apskaičiuotu deformatijų pasiskirstymu esant penkiems apkrovos lygmenims. Apskaičiuotieji slinkties ir sukibimo įtempių pasiskirstymo per elemento ilgį grafikai pateikti 3.7 paveiksle, b) ir c). Sukibimo įtempių ir slinkties diagramos, pateiktos 3.7 paveiksle, d).



3.7 pav. Algoritmo taikymas pavyzdiniam elementui: a) apskaičiuotas armatūros deformacijų pasiskirstymas; b) slinkties pasiskirstymas; c) sukibimo įtempių pasiskirstymas; d) sukibimo įtempių – slinkties priklausomybės

Fig. 3.7. Example of algotythm application: a) calculated distribution of steel strain; b) distribution of slip; c) distributipon of bond stresses; d) bond-slip diagrams

Iš aptartojo pavyzdžio matyti, kad taikant siūlomą armatūros ir betono sąveikos modeliavimo algoritmą, tam pačiam elementui gaunamos skirtingos sukibimo įtempių ir slinkties diagramos. Tai gali būti paaiškinama tuo, kad ankstyvose apkrovos stadijose (žr. 1, 2 ir 3 kreives 3.7 pav.) elemente dar nesusiformuoja visi plyšiai ir tikrasis atstumas tarp plyšių yra didesnis negu priimtas pagal modeliavimo prielaidas. Tokiu atveju apskaičiuotieji sukibimo įtempiai tampa didesni už tikruosius. Elementui perėjus į stabilų plyšių stadiją, atstumas tarp plyšių tampa artimas galutiniam ir apskaičiuotosios sukibimo įtempių ir slinkties diagramos tapo artimos viena kitai (žr. 4 ir 5 kreives 3.7 pav.)

Reikia pažymėti, kad taikant siūlomą armatūros ir betono sąveikos modeliavimo koncepciją, gaunamus rezultatus nulemia parametrai, turintys įtakos tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimui ir deformacijoms (betono tempiamasis stipris f_{ct} , armatūros takumo riba f_y , betono ir armatūros tamprumo moduliai E_c ir E_s , betono skerspjūvio plotas A_c (arba armavimo procentas ρ) armatūros skersmuo \emptyset , atstumas tarp plyšių l_{cr}). Kitame skyriuje aptariama kiekvieno iš šių parametrų įtaka modeliavimo rezultatams, iškeliamos prielaidos jiems įvertinti arba eliminuoti.

3.4. Armatūros ir betono sąveikos modelio išvedimas

Ankstesniame poskyryje aprašytas algoritmas buvo taikomas centriškai tempiamiems gelžbetoniniams elementams, atliekant regresinę analizę. Parametrų variacijai buvo pasirinkti intervalai:

1. Betono tempiamasis stipris $f_{ct} = 1\text{--}5$ MPa.
2. Armatūros takumo riba $f_y = 300\text{--}1000$ MPa.
3. Betono tamprumo modulis $E_c = 20\text{--}40$ GPa.
4. Armatūros tamprumo modulis $E_s = 150\text{--}250$ GPa.
5. Armatūros skersmuo $\emptyset = 6\text{--}40$ mm.
6. Armavimo procentas $\rho = 0,5\text{--}5$ %.
7. Atstumas tarp plyšių: Model Code (2010), EC2 (2004) siūlomi modeliai, keičiant modeliuose siūlomus empirinius koeficientus.

Dėl didelio skirtingų parametrų kiekio, reikalingo regresinei analizei atlikti autorius kartu su M. Jukniu sukūrė kompiuterinę programą „MARO“. Sukurta programa leido realiu laiku vertinti įvairių parametrų įtaką gaunamiems rezultatams. Regresinė analizė parodė, kad betono ir armatūros tamprumo modulių E_c ir E_s kitimas beveik neturi įtakos gaunamoms sukibimo įtempių ir slinkties (τ - s) kreivėms. Armatūros takumo riba f_y taip pat neturi didesnės įtakos gaunamoms

τ - s diagramoms. Kiti parametrai yra svarbūs ir kiekvienas iš jų toliau aptariamas atskirai.

3.4.1. Betono tempiamasis stipris

Betono tempiamasis stipris yra vienas svarbiausių parametru modeliuojant gelžbetoninių konstrukcijų pleišėjimą ir deformacijas. Šio parametro įtaka yra dvejopa: 1) didesnis tempiamasis stipris užtikrina vėlesnį plyšių atsiradimą ir 2) dėl didesnio tempiamojo betono stiprio sumažėja vidutinės konstrukcijos deformacijos (Lorrain 1998).

Betono tempiamojo stiprio įtaka tempiamųjų elementų pleišėjimui buvo tiriama Lorrain (1998), Farra ir Jaccoud (1993) darbuose. Buvo nustatyta, kad didėjant tempiamajam stipriui, didėja ir vidutinė jėga, kurią perima tempiamas betonas $N_{c,i}$ (žr. 3.5. pav.). Kitaip tariant esant tam pačiam deformacijos lygmeniui ϵ_i , suminė jėga P_i tampa didesnė. Taip pat buvo nustatyta, kad betono tempiamojo stiprio kitimas neturi pastebimos įtakos vidutiniams atstumams tarp plyšių. Šis reiškinys paaiškinamas tuo, kad sukibimo įtempiai auga proporcingai tempiamajam stipriui, todėl įtempių perdavimo ilgis lieka pastovus. Prielaida, kad sukibimo įtempiai yra proporcingi tempiamajam betono stipriui buvo taikoma Marti *et al.* (1998) ir Alvarez (2000) darbuose.

Remiantis anksčiau atliktais tyrimais, šiame darbe sukibimo įtempiai τ bus normalizuojami tempiamojo stiprio atžvilgiu, gaunant bematį sukibimo įtempius apibūdinantį dydį τ_n :

$$\tau_n = \frac{\tau}{f_{ct}} \quad (3.13)$$

Šis normalizavimas leidžia paprastai įvertinti betono stiprio įtaką armatūros ir betono sąveikai bei išvengti galimų klaidų, susijusių su matavimo vienetais.

3.4.2. Armatūros skersmuo

Eksperimentiniai tyrimai rodo, kad didėjant armatūros skersmeniui, gaunami mažesni sukibimo įtempiai (Soroushian ir Choi 1989, Ichinose *et al.* 2004). Šis mastelio faktorius iš dalies gali būti paaiškintas strypo susitraukimu radialine kryptimi. Kai armatūra yra tempiama, deformacija skersine kryptimi apskaičiuojama:

$$\epsilon_q = -\epsilon_s \cdot \nu \quad (3.14)$$

čia ν – medžiagos skersinės deformacijos (Puasono) koeficientas, ϵ_s – išilginė armatūros deformacija.

Armatūros susitraukimą radialine kryptimi tam tikrame pjūvyje galima apskaičiuoti:

$$u_q = \varepsilon_q \cdot \phi \quad (3.15)$$

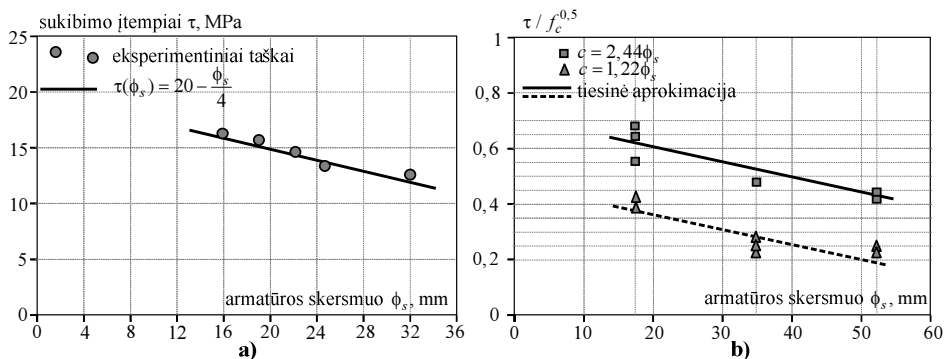
čia ϕ – armatūros skersmuo.

Kuo didesnis strypo skersmuo tuo didesnis poslinkis susidaro radialine kryptimi, esant tai pačiai deformacijai. Dėl sumažėjusio armatūros skersmens, stipriai sumažėja cheminis ir trinties sukibimo komponentai, todėl deformacija turi ypač didelės įtakos lygių strypų sukibimui. Šis efektas mažiau pastebimas rumbuotose strypuose dėl dominuojančio mechaninio inkaravimo.

Formulė (3.15) išreiškia tiesinę priklausomybę tarp armatūros skersmens ir radialinio poslinkio, lemiančio sukibimo kitimą. Tiesinis sukibimo įtempių mažėjimas didėjant armatūros skersmeniui buvo užfiksuotas ir eksperimentiškai Soroushian ir Choi (1989) bei Ichinose *et al.* (2004) darbuose. Taikant strypo ištraukimo schemą, Soroushian ir Choi (1989) išbandė 16, 22 ir 25 mm skersmens strypus, taip pat panaudojo duomenis iš Eligehauseno *et al.* (1983) skelbiamų tyrimų bandant 19 ir 32 mm skersmens strypus. Gauti penkių skirtingų skersmenų strypų bandymų rezultatai (maksimalių sukibimo įtempių priklausomybė nuo strypo skersmens) parodyti 3.8 paveiksle, a). Duomenims aprašyti buvo pasiūlyta tiesės lygtis (žr. ištisinę liniją 3.8 pav., a). Ichinose *et al.* (2004) atliko eksperimentinius armatūros ir betono sąveikos tyrimus naudodamas ir ypač didelio skersmens strypus: 17, 35 ir 52 mm. Bandymai buvo atliekami pagal ištraukimo schemą su skirtingais betono apsauginiais sluoksniais: $c = 1,22\phi$ ir $c = 2,44\phi$. Gauti rezultatai taip pat buvo gerai aproksimuojami tiesinėmis funkcijomis (3.8 pav., b).

Galima pastebėti, kad Ichinose *et al.* (2004) savo darbe taikė sukibimo įtempių normalizavimą šaknies iš betono gniuždomojo stiprio atžvilgiu. Toks normalizavimas atitinka taikomą šiame darbe, nes betono tempiamasis stipris dažnai išreiškiamas per laipsninę priklausomybę nuo gniuždomojo stiprio. Laipsnio rodiklis paprastai svyruoja nuo 0,5 iki 0,7 (ACI 2008, Farra Jaccoud 1993).

Šiame darbe strypo skersmens įtaka įvertinama netiesiogiai, gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų modeliavimui taikant pažeidimo zonos modelį. Pagal šį modelį (3.3 formulė), ruožas kuriame neveikia sukibimo įtempiai yra tiesiškai proporcingas armatūros skersmeniui, tokiu būdu didelio skersmens strypuose sumažėja vidutiniai sukibimo įtempiai, tenkantys tam tikram inkaravimo zonos ilgiui.



3.8 pav. Armatūros skersmens įtaka maksimaliems sukibimo įtempiams:

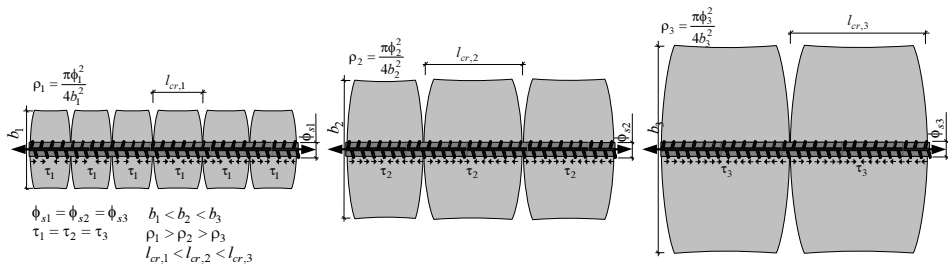
a) pagal Soroushian ir Choi (1989); b) pagal Ichinose *et al.* (2004)

Fig. 3.8. Influence of bar diameter on bond strength: a) adopted from Soroushian and Choi (1989); b) adopted from Ichinose *et al.* (2004)

3.4.3. Armavimo procentas

Remiantis klasikine pleišėjimo teorija, armavimo procentas, arba armatūros ir betono skerspjūvio plotų santykis neturi tiesioginės įtakos kontakto zonos elgsenai (Beeby 2005). Esant nedideliems betono apsauginiams sluoksniams (ypač dideliems armavimo procentams), ties armatūra susidarę išilginiai plyšiai pasiekia konstrukcijos paviršių ir sukibimo įtempiai staiga sumažėja. Išvedant armatūros ir betono sąveikos dėsni nagrinėjami tik elementai su pakankamu betono apsauginiu sluoksniu.

Panagrinėkime 3.9 paveiksle parodytus tris skirtingo dydžio tempiamus gelžbetoninius elementus, armuotus to paties skersmens $\emptyset_1 = \emptyset_2 = \emptyset_3$ strypais. Šių elementų kraštines pažymėkime $b_1 < b_2 < b_3$, armavimo procentai bus atitinkamai $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$. Remiantis klasikine pleišėjimo teorija, atstumas tarp susidarančių plyšių priklausys nuo įtempių perdavimo ilgio (atstumo reikalingo betono tempiamajam stipriui pasiekti). Kai visų elementų strypo skersmuo vienodas, plotas per kurį perduodami sukibimo įtempiai, taip pat vienodas ir susidarantys atstumai tarp plyšių priklausys tik nuo betono skerspjūvio ploto. Todėl armavimo procentas turi įtakos tik susidarančiam atstumui tarp plyšių, tuo tarpu kontakto zonoje susidarantys sukibimo įtempiai lieka tie patys: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ (žr. 3.9 pav.).



3.9 pav. Armavimo procento ρ įtaka atstumui tarp plyšių ir sukibimo įtempiams remiantis klasikine pleišėjimo teorija

Fig. 3.9. Influence of reinforcement ratio ρ on crack spacing based on classical cracking theory

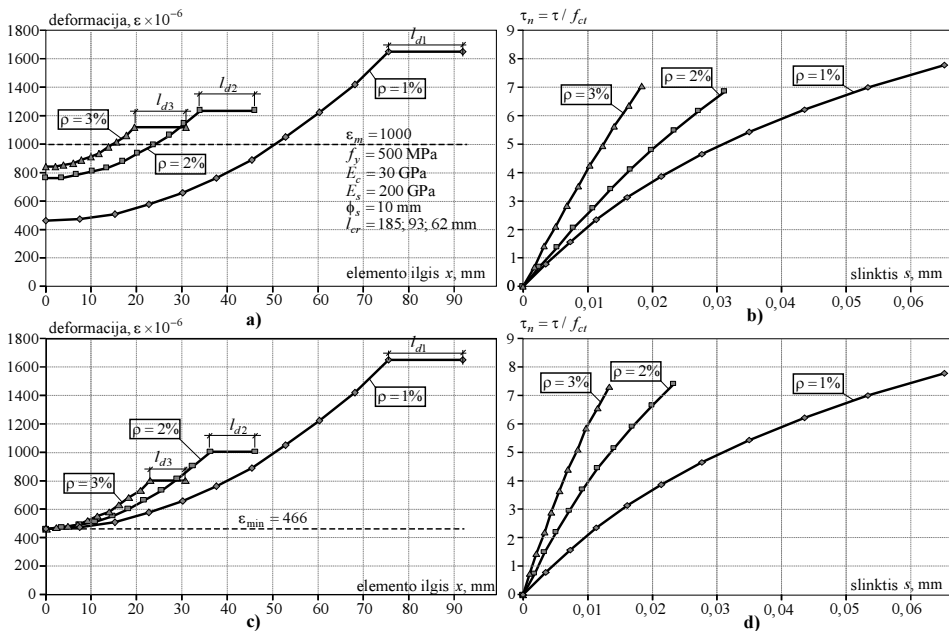
Kaip pavyzdį panagrinėkime tris tempiamus elementus, besiskiriančius tik armavimo procentu: $\rho = 1, 2, 3$ %. Pagal siūlomą metodiką apskaičiuotas deformacijų pasiskirstymas bei skaičiavimams naudoti duomenys, pateikti 3.10 paveiksle, a). Visų elementų vidutinė deformacija yra vienoda ($\epsilon_m = 1 \times 10^{-3}$). Atstumams tarp plyšių ir vidutinėms deformacijoms nustatyti buvo taikoma Model Code (2010) siūloma metodika.

Pagal deformacijų pasiskirstymo kreives buvo apskaičiuotas sukibimo įtempis ir slinkties kitimas per elemento ilgį bei sudaryta slinkties s ir normalizuotų sukibimo įtempių τ_n diagrama (3.10 pav., b). Skirtingų armavimo procentų τ_n - s kreivės išsiskyrė: esant tai pačiai slinkties reikšmei didžiausi sukibimo įtempiai buvo $\rho = 3$ %, mažiausi – $\rho = 1$ % elementuose. Tai prieštarauja anksčiau aptartoms prielaidoms, kad armavimo procentas neturi įtakos susidarantiems sukibimo įtempiams. Šių prieštaraimų priežastis yra dvejopa:

1. Nagrinėti elementai atitinka skirtingus apkrovos ir deformacijų lygmenis. 3.10 paveiksle, a) matyti, kad nors vidutinės visų elementų deformacijos buvo vienodos, labiausiai apkrautas buvo $\rho = 1$ % elementas, mažiausiai – $\rho = 3$ %. Tam, kad būtų įmanoma lyginti iš skirtingų armavimo procento elementų gaunamas τ_n - s kreives, turi būti įvestas papildomas panašumo kriterijus, parodytas 3.11 paveiksle. Pagal šį kriterijų, jeigu skirtingų elementų armatūros deformacijų minimumo taškai sutampa ($\epsilon_{s1,min} = \epsilon_{s2,min}$), tai kiekvieną deformacijos tašką atitiks tik viena unikali slinkties reikšmė. Kitaip tariant lygiagrečiai perstumta $\epsilon_{s2}(x)$ diagrama sutampa su $\epsilon_{s1}(x)$ diagramos pradžia (žr. 3.11 pav.), o šių diagramų taškai $\epsilon_{s1,i} = \epsilon_{s2,max}$ atitinka tą pačią slinkties reikšmę $s_{1,i} = s_{2,max}$. Panašumo kriterijų tarp deformacijų pasiskirstymo kreivių taikė Shima (1987) modeliuojant ilgo inkaravimo ilgio bandinius. Ruiz

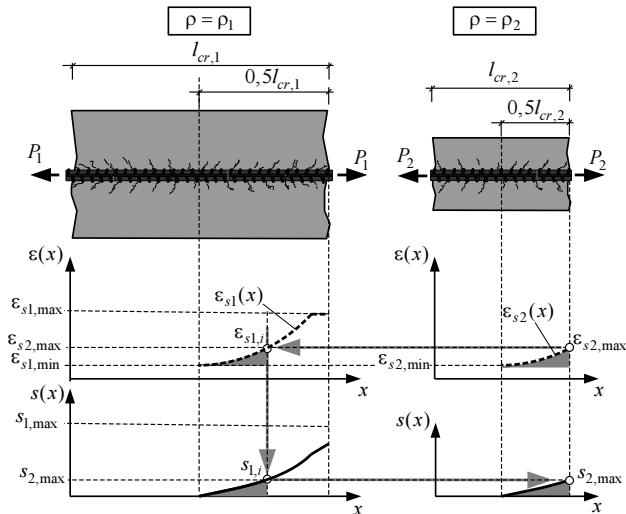
et al. (2007), remdamasis panašumo kriterijumi pasiūlė susieti sukibimo įtempius ne su slinktimi, bet su armatūros deformacija: $\tau = \tau(\varepsilon)$. Šiame darbe panašumo kriterijus toliau bus taikomas išvedant armatūros ir betono sąveikos dėsni.

2. Naudotas atstumų tarp plyšių skaičiavimo modelis yra nesuderintas su vidutinių deformacijų apskaičiavimo modeliu. Kaip matyti iš 3.10 paveikslo, c), taikant sąlygą, kad armatūros minimumo taškai turi sutapti, kiekvienam armavimo procentui gaunamos skirtingos parabolės, atitinkamai skirtingos ir τ_n -s diagramos. Tokios pasiskirstymas neatitinka anksčiau aptartojų panašumo kriterijaus.



3.10 pav. Armavimo procento įtaka: a) ir b) deformacijų pasiskirstymas taikant vienodos vidutinės deformacijos kriterijų ir atitinkama τ_n -s diagrama; c) ir d) deformacijų pasiskirstymas taikant vienodos minimalios deformacijos kriterijų ir τ_n -s diagrama
Fig. 3.10. Influence of reinforcement ratio: a) and b) reinforcement strain distribution using criteria of equal average strains and τ_n -s diagram, respectively; b) reinforcement strain distribution using criteria of equal minimal strains and τ_n -s diagram, respectively

Armavimo procento įtakai panaikinti reikalingas kitas, nei aptartame parodydyje taikytas atstumų tarp plyšių modelis, kuris būtų suderintas su vidutinių deformacijų apskaičiavimo modeliu. Šis modelis išvedamas kitame skirsnyje.



3.11 pav. Panašumo kriterijaus taikymas skirtingo armavimo procento elementams
Fig. 3.11. Concept of affinity for elements with different reinforcement ratio

3.4.4. Atstumas tarp plyšių

Atstumo tarp plyšių modelis turi būti suderintas su priimtu paraboliniu armatūros deformacijų pasiskirstymu, pažeidimo zonos modeliu ir taikomu vidutinių deformacijų apskaičiavimo metodu. Be to, atstumas tarp plyšių turi būti toks, kad tenkintų šiuos reikalavimus:

1. Skirtingo armavimo procento elementų deformacijų pasiskirstymo kreivės tenkina panašumo kriterijų.
2. Skirtingo skersmens strypais armuotų elementų normalizuotų sukibimo įtempių ir slinkties diagramos sutampa.
3. Gautas atstumo tarp plyšių modelis tiksliai aprašo esamus eksperimentinius rezultatus.

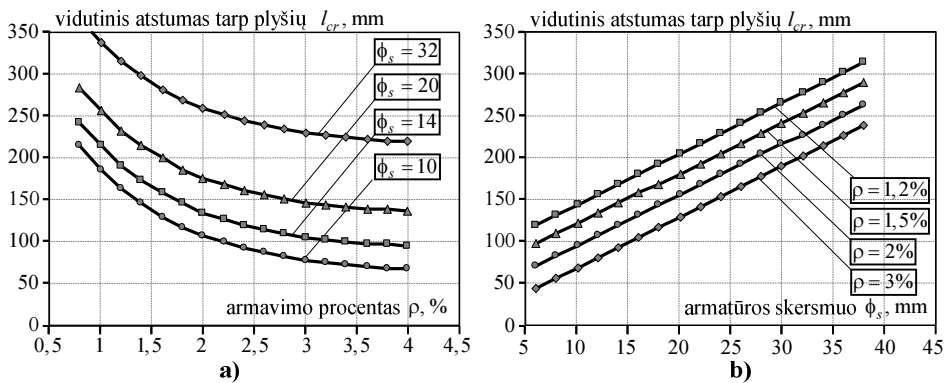
Pirmoji sąlyga užtikrina, kad įvairaus armavimo procento elementams galioja tas pats τ_n -s dėsnis. Pagal antrąją sąlygą, pats τ_n -s dėsnis turi galioti ir skirtingo skersmens strypais armuotiems elementams. Trečioji sąlyga užtikrina, kad siūlomas atstumų tarp plyšių modelis neprieštarautų tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo elgsenai.

Remiantis šiomis sąlygomis, buvo išvestas atstumų tarp plyšių skaičiavimo metodas, suderintas su vidutinių deformacijų apskaičiavimo modeliu, pažeidimo zonos modeliu ir taikomu paraboliniu deformacijų pasiskirstymu tarp plyšių. Vidutinis atstumas tarp plyšių apskaičiuojamas:

$$l_{cr} = 6,9\phi + 341e^{-\rho} - 7,3 \quad (3.17)$$

čia ϕ_s – armatūros skersmuo, mm; ρ – armavimo procentas; l_{cr} – vidutinis atstumas tarp plyšių, mm.

Kaip ir klasikinėje gelžbetoninių elementų pleišėjimo teorijoje, pagal siūlomą (3.17) formulę atstumas tarp plyšių priklauso nuo dviejų parametru: armatūros skersmens ir armavimo procento. Grafinė siūlomo atstumo tarp plyšių skaičiavimo modelio interpretacija pateikta 3.12 paveiksle. Kaip parodyta 3.12 paveiksle, a), armavimo procentui artėjant prie nulio, atstumas tarp plyšių artėja į begalybę (elementas tampa artimas betoniniam, suyrančiam susidarius vieninteliam plyšiui). Iš 3.12 paveikslo, b) galima pastebėti, kad didėjant armatūros skersmeniui, atstumas tarp plyšių didėja tiesiškai, kaip ir klasikinėje pleišėjimo teorijoje.



3.12 pav. Grafinė siūlomo atstumo tarp plyšių skaičiavimo metodo interpretacija:

- a) vidutinio atstumo tarp plyšių kitimas priklausomai nuo armavimo procento;
- b) vidutinio atstumo tarp plyšių kitimas priklausomai nuo armatūros skersmens

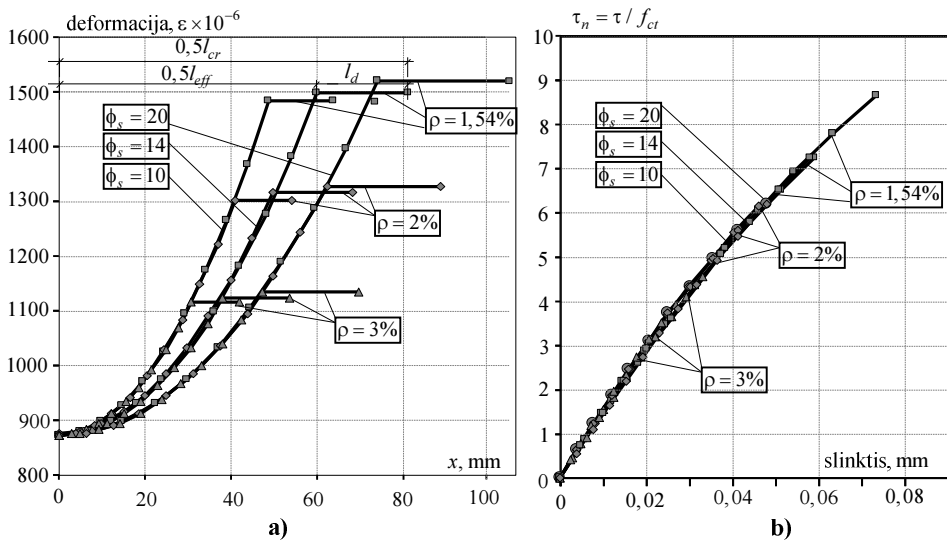
Fig. 3.12. Graphical representation of the proposed crack spacing model:

- a) average crack spacing as a function of reinforcement ratio; b) average crack spacing as a function of bar diameter

Panagrinėkime deformacijų, slinkties, ir sukibimo įtempių pasiskirstymą elementuose, kai atstumui tarp plyšių skaičiuoti taikoma (3.17) formulė. Kaip pavyzdį imkime 9 elementus, kurių armavimo procentas yra $\rho = 1,5; 2; 3 \%$, o strypo skersmuo 10, 14 ir 20 mm. 3.13 paveiksle, a) parodytas apskaičiuotas deformacijų pasiskirstymas elementuose taikant siūlomą armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodiką (dėl simetrijos parodyta tik pusė gautų deformacijų pasiskirstymo kreivių). Galima pastebėti, kad skirtingo armavimo procento armatūros deformacijų pasiskirstymo kreivės sutampa, suformuodamos

tam tikrą parabolį šeimą kiek vienam armatūros skersmeniui. Toks pasiskirstymas užtikrina panašumo kriterijaus galiojimą ir vienodą slinkties pasiskirstymą per elemento ilgį. Be to, iš šių parabolį apskaičiuotos sukibimo įtempių ir slinkties priklausomybės τ_n - s sutampa, suformuodamos bendrą τ_n - s kreivę (3.13 pav., b).

Iš 3.13 paveikslų galima pastebėti, kad atstumų tarp plyšių formulė (3.17) užtikrina, kad skirtingo armavimo procento normalizuotų sukibimo įtempių ir slinkties diagramos sutampa. Taip pat galioja ir antroji sąlyga, pagal kurią skirtingo skersmens strypais armuotų elementų normalizuotų sukibimo įtempių ir slinkties diagramos sutampa. Trečioji sąlyga, reikalaujanti, kad gautas atstumų tarp plyšių modelis tiksliai aprašytų esamus eksperimentinius rezultatus, buvo patikrinta remiantis literatūros šaltiniuose skelbiamais eksperimentiniais tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo rezultatais (Lorrain *et al.* 1998, Farra ir Jaccoud 1993, Bischoff ir MacLaggan 2006, Wu ir Gilbert 2009, Abrishami ir Mitchell 1996, Samner 2003).



3.13 pav. 3.17 formulės taikymas modeliuojant armatūros ir betono sąveiką:
a) apskaičiuotas armatūros deformacijų pasiskirstymas įvairaus armavimo procento ir skersmens elementams; b) normalizuotų sukibimo įtempių – slinkties diagramos

Fig. 3.13. Application of the 3.17 equation for crack spacing: a) calculated reinforcement strain distribution for elements with different bar diameter and reinforcement ratio; b) normalized bond stress-slip diagrams

Gauti rezultatai palyginti 3.1 lentelėje. Šioje lentelėje Sr,exp yra eksperimentinis vidutinis atstumas tarp plyšių; Sr yra apskaičiuotas vidutinis atstumas tarp plyšių; Er yra skaičiavimo paklaida.

3.1 lentelė. Eksperimentiniai ir apskaičiuoti vidutiniai atstumai tarp plyšių

Table 3.1. Experimental and calculated crack spacings

	Bandinys		Model Code			3.17 Formulė	
	Ø, mm	ρ, %	Sr,exp , mm	Sr , mm	Er , %	Sr , mm	Er , %
N10-10-2	10	0,79	230	234	2	216	-6
N10-14-2	14	1,54	192	168	-14	162	-18
N10-20-3	20	3,14	128	118	-8	145	12
N20-10-2	10	0,79	230	234	2	216	-6
N20-14-1	14	1,54	164	168	2	162	-1
N20-20-3	20	3,14	144	118	-22	145	1
N42-10-2	10	0,79	192	234	18	216	11
N42-14-2	14	1,54	164	168	2	162	-1
N42-20-2	20	3,14	144	118	-22	145	1
S30-10-2	10	0,79	230	234	2	216	-6
S30-14-2	14	1,54	144	168	15	162	11
S30-20-2	20	3,14	164	118	-39	145	-13
S22-10-3	10	0,79	192	234	18	216	11
S22-14-3	14	1,54	128	168	24	162	21
S22-20-1	20	3,14	164	118	-39	145	-13
S32-10-1	10	0,79	192	234	18	216	11
S32-10-2	10	0,79	192	234	18	216	11
S32-10-3	10	0,79	192	234	18	216	11
S32-14-1	14	1,54	164	168	2	162	-1
S32-14-2	14	1,54	164	168	2	162	-1
S32-14-3	14	1,54	164	168	2	162	-1
S32-20-1	20	3,14	192	118	-62	145	-32
S32-20-2	20	3,14	144	118	-22	145	1
S32-20-3	20	3,14	144	118	-22	145	1
H50-10-1	10	0,79	230	234	2	216	-6
H50-14-2	14	1,54	192	168	-14	162	-18
H50-20-3	20	3,14	128	118	-8	145	12
H52-10-2	10	0,79	288	234	-23	216	-33
H52-14-3	14	1,54	164	168	2	162	-1
H52-20-3	20	3,14	144	118	-22	145	1

3.1 lentelės pabaigaThe end of **Table 3.1.**

STS-12	12	1,13	183	197	7	186	1
STN-12	12	1,13	183	197	7	186	1
STS-16	16	2,01	157	147	-7	149	-6
STN-16	16	2,01	183	147	-24	149	-23
LTN-12A	12	1,13	183	197	7	186	1
LTN-12B	12	1,13	220	197	-12	186	-18
15MB1	16	2	157	148	-6	149	-5
15MB2	16	2	138	148	7	149	8
No1	12	3,14	88	71	-24	90	3
No5	16	1,6	182	185	2	172	-6
No8	16	3,12	133	95	-40	118	-12
No10	16	1,6	189	185	-2	172	-10
C0-10	11.3	1,23	167	170	2	170	2
C1-10	11.3	1,23	187	170	-10	170	-10
C2-10	11.3	1,23	167	170	2	170	2
HC0-10	11.3	1,23	167	170	2	170	2
HC1-10	11.3	1,23	187	170	-10	170	-10

Nagrinėtiems eksperimentiniams elementams vidutiniai atstumai tarp plyšių apskaičiuoti naudojant Model Code (2010) ir siūlomą 3.17 formulę. Iš 47 eksperimentinių elementų, 29 vidutinis atstumas tarp plyšių tiksliau buvo gautas naudojant 3.17 formulę, 13 – Model Code (2010) ir penkiems elementams paklaidos buvo vienodos. Naudojant 3.17 formulę, maksimali paklaida sudarė 33 %, o Model Code (2010) atveju – 62 %. Apibendrinant galima teigti, kad nagrinėtai eksperimentinių duomenų imčiai vidutiniai atstumai tarp plyšių naudojant siūlomą 3.17 formulę apskaičiuojami tiksliau nei pasaulinių projektavimo rekomendacijų Model Code (2010) metodu.

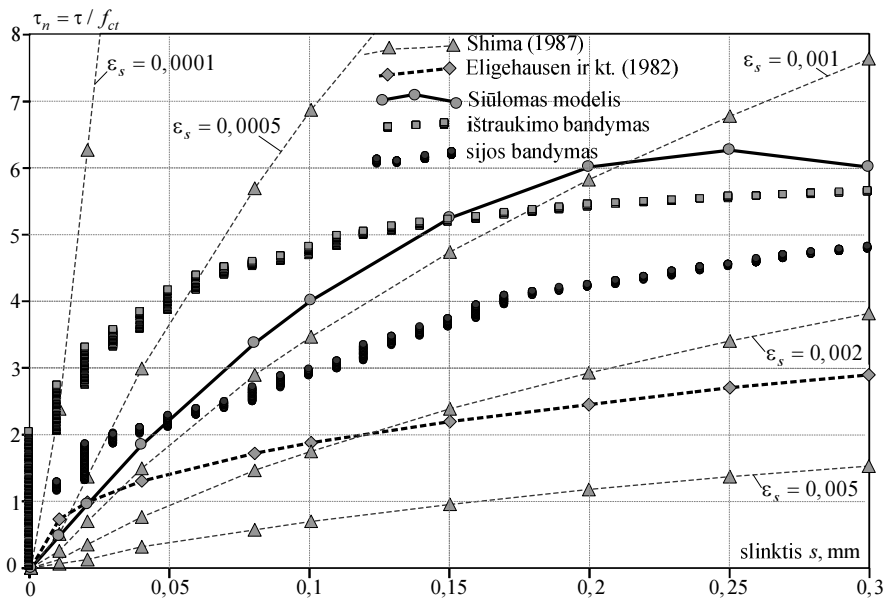
3.4.5. Siūlomas armatūros ir betono sąveikos modelis

Ankstesniame poskyryje buvo įvertinti parametrai, turintys įtakos gaunamoms sukibimo įtempių ir slinkties diagramoms. Parodyta, kad nagrinėjant apkrovos lygmenį, atitinkantį stabilų plyšių stadiją, įmanomą gauti slinkties ir normalizuotų sukibimo įtempių τ_n -s diagramą, apimančią bet kokio armavimo procento ir skersmens elementus. Atlikus plačią parametrinę analizę ir skaitinį gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų modeliavimą, siūlomas toks armatūros ir betono sąveikos modelis:

$$\begin{aligned}\tau_n &= 50s - 100s^2; \\ \tau_n &\geq 0\end{aligned}\quad (3.18)$$

čia s – slinktis, mm.

Grafinė šio modelio (formulės 3.18) interpretacija parodyta 3.14 paveiksle. Palyginimui pateikti šiuo metu plačiai taikomi Eligeauseno *et al.* (1983) ir Shimos (1987) pasiūlytieji armatūros ir betono sąveikos modeliai bei eksperimentinės sukibimo įtempių ir slinkties diagramos gautos iš sijos (B2s12) ir ištraukimo (K3s12) bandinių. Slinkties reikšmė 3.14 paveiksle apribota iki $s = 0,3$ mm – šis intervalas yra aktualus atliekant gelžbetoninių elementų tinkamumo ribinio būvio skaičiavimus (leistinas plyšio plotis paprastai ribojamas iki 0,2–0,4 mm; slinkties reikšmė $s = 0,3$ mm atitinka $w = 2s = 0,6$ mm plyšio plotį).



3.14 pav. Siūlomas armatūros ir betono sąveikos modelis

Fig. 3.14. The proposed bond-slip model

Nagrinėjant 3.15 paveiksle pateiktus grafikus galima pastebėti, kad 3.18 armatūros ir betono sąveikos modelis didžiojoje slinkties intervalo dalyje patenka tarp eksperimentinių ištraukimo ir sijos bandymo taškų. Mažesnę pradinę standumą lyginant su eksperimentiniu galima paaiškinti tuo, kad bandymu metu buvo matuojama laisvojo galo slinktis, kuri pasireiškėdavo tik pasiekus $1-2f_{ct}$ sukibimo įtempius. 3.18 modelis taip pat patenka tarp Eligeauseno *et al.* (1982)

ir Shimos (1987) gautų priklausomybių. Shimos (1987) pasiūlytame modelyje įvertinama armatūros deformacija, todėl 3.15 paveiksle parodytos gaunamos τ_n -s priklausomybės, esant įvairiems deformacijos lygmenims ($\epsilon_s = 0,0001-0,005$).

Pasiūlytame 3.18 armatūros ir betono sąveikos modelyje armatūros deformacija tiesiogiai nėra vertinama. Armatūros deformacijos lygmuo sukibimo įtempiams yra įvertinamas pažeidimo zonos modelyje (formulė 3.3). Kartu įvertinama ir armatūros skersmens įtaka – pažeidimo zonos dydis tiesiškai susiejamas su armatūros deformacijos ir skersmens sandauga. Skaitinė tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų analizė parodė, kad į skaičiavimus įtraukiant pažeidimo zoną (3.3 formulė), gaunamas eksperimentiniams rezultatams būdingas gelžbetoninių elementų standumo mažėjimas augant apkrovai. Šis reiškinys gali būti paaiškintas deformacijų įtaka sukibimo įtempiams, kuris sukurtoje armatūros ir betono sąveikos modeliavimo metodikoje įvertinamas netiesiogiai. Plačiau sukurta armuoto betono elementų pleišėjimo ir deformacijų analizės programa aptariame ketvirtajame šio darbo skyriuje.

3.4. Trečiojo skyriaus išvados

Apibendrinus trečiame skyriuje pateiktus rezultatus galima teigti, kad:

1. Pasiūlyta nauja modeliavimo koncepcija leidžia gauti darnius armuoto betono elementų deformacijų, pleišėjimo ir sukibimo modelius. Darnumo sąvoka apima skirtingų modeliavimo koncepcijų ir metodų suderinamumą bei harmoningą jų taikymą kuriant konstrukcijų analizės ir fizikinius modelius.
2. Skirtingai nuo empirinių metodų, pasiūlytoji modeliavimo koncepcija nėra ribojama medžiagų fizikinių ir mechaninių savybių, apkrovimo sąlygų ar konstrukcijų tipo. Ji gali būti taikoma tiek tempiamųjų, tiek lenkiamųjų bei plaušu ir kompozitais armuoto betono elementų tinkamumo ribinio būvio analizei.
3. Pasiūlytas armatūros ir betono sukibimo pažeidimo zonos modelis leidžia įvertinti sukibimo įtempių kitimą greta atsiveriančių plyšių. Skirtingai nuo esamų metodikų, pasiūlytajame modelyje įvertinama ne tik armatūros skersmens, bet ir jos deformacijos įtaka pažeidimo zonos ilgiui.
4. Pasiūlytajame armatūros ir betono sąveikos modelyje netiesiogiai įvertinama konstrukcinių veiksnių (apsauginio betono sluoksnio, išilginių plyšių, įtempių būvio) įtaka sukibimo įtempiams. Tai leidžia modelį taikyti prognozuojant elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesą sudėtingomis apkrovimo ar strypų išdėstymo sąlygomis.

5. Naudojant pasiūlytą armuoto betono elementų pleišétumo vertinimo metodą, vidutiniai atstumai tarp plyšių apskaičiuojami tiksliau nei pasaulinių projektavimo rekomendacijų Model Code (2010) modeliu. Atlikta analizė parodė, kad naudojant siūlomą skaičiavimo metodą, maksimali paklaida sumažėjo nuo 62 iki 33 %, lyginat su Model Code (2010) gaunamais rezultatais.

Gelžbetoninių elementų diskrečiųjų plyšių modelis

Armuoto betono pleišėjimo ir deformavimosi procesą fizikine prasme galima sumodeliuoti taikant įtempių perdavimo algoritmus (žr. 1.4 poskyrį). Šie algoritmai yra pagrįsti armatūros ir betono kontakto zonos idealizavimu ir diferencialinės sąveikos lygties sprendimu (žr. 1.1 poskyrį). Taikant įtempių perdavimo algoritmus įmanoma sumodeliuoti plyšio atsiradimą, betono ir armatūros įtempių ir deformacijų pasiskirstymą per elemento ilgį, plyšių pločius ir bendras elemento deformacijas. Dėl pleišėjimo modeliavimo pobūdžio, kai vertinamas kiekvienas naujai atsirandantis plyšys, įtempių perdavimo algoritmai dažnai priskiriami diskrečiųjų plyšių grupei (Yankelevsky 2009).

Taikydamas pagrindines įtempių perdavimo algoritmų nuostatas, autorius, kartu su M. Jukniu sukūrė skaitinę armuoto betono elementų pleišėjimo ir deformacijų analizės programą (Jakubovskis ir Juknys 2012). Kaip algoritmo pagrindu remtasi Salem ir Maekawa (1999) paskeltu darbu. Norint realistiškiau sumodeliuoti sudėtingą betono prigimtį, buvo papildomai įvertintos atsitiktinės medžiagų stiprio charakteristikos, kontakto zonos pažeidimas augant apkrovai ir kontakto zoną apibūdinančių parametrų įtaka gaunamiems rezultatams. Sukurtas algoritmas buvo pritaikytas ir lenkiamųjų bei kompozitiniais strypais armuotų elementui deformacijų ir pleišėjimo analizei (Jakubovskis *et al.* 2014, Kaklauskas *et al.* 2012).

Šiame skyriuje detaliai aprašomos sukurtoje programoje taikytos prielaidos, plyšių susidarymo algoritmas, armatūros ir betono sąveikos zonos idealizavimo metodai. Pateikiami gauti rezultatai modeliuojant vidutines elementų deformacijas, atstumus tarp plyšių ir plyšių pločius, betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas. Ketvirtąjo skryliaus tematika paskelbti šeši straipsniai (Jakubovskis *et al.* 2011, Jakubovskis ir Juknys 2012, Jakubovskis *et al.* 2013, Gribniak *et al.* 2013a, Gribniak *et al.* 2013b, Kaklauskas *et al.* 2012).

4.1. Pagrindinės prielaidos

Diskrečių plyšių programoje taikytos tokios prielaidos:

1. Armatūra ir betonas deformuojasi tiesiškai tampriai.
2. Plokščiųjų pjūvių hipotezė atskirai galioja armatūrai ir betonui.
3. Sukibimo įtempiai yra pasiskirstę tolygiai per visą strypo paviršiaus plotą.

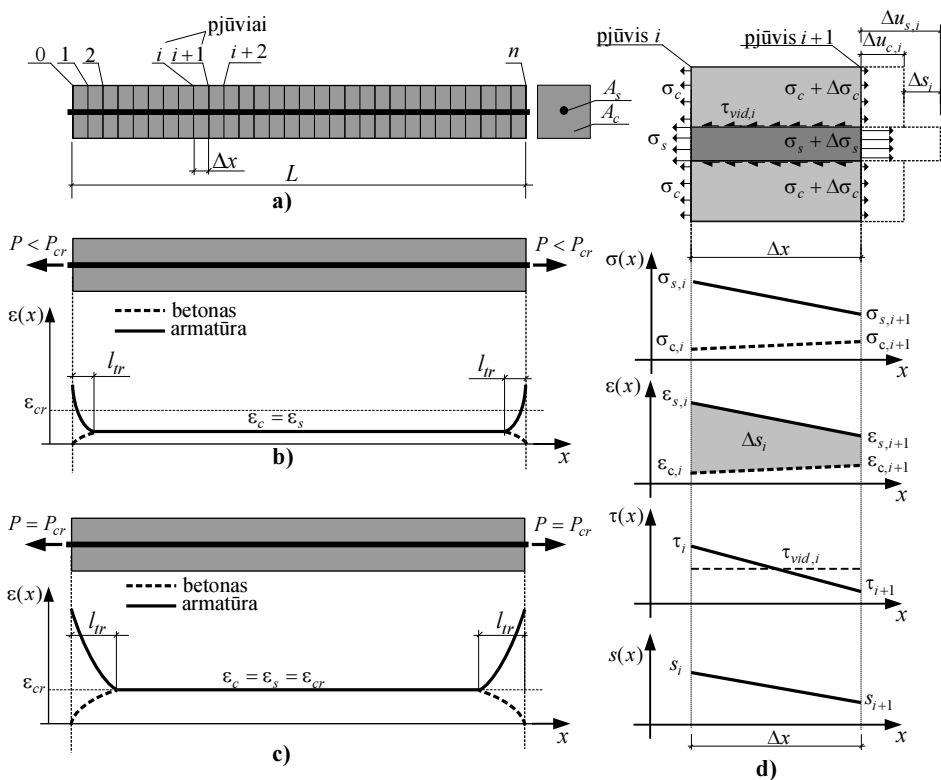
Vertinant armuoto betono elementų tinkamumo ribinį būvį (plyšių pločius ir deformacijas), armatūra paprastai nepasiekia takumo ribos, reikšmingų plastinių deformacijų nesusidaro ir jos elgsena yra tiesiškai tamprinė. Tempiamojo betono tarp plyšių plastinės deformacijos tampa pastebimos įtempiams viršijus apytiksliai $0,8f_{ct}$ (Chen 2007) (čia f_{ct} – tempiamasis betono stipris). Didžiojoje supleišėjusio elemento dalyje pasireiškia tik tampriosios betono deformacijos ir pirmoji prielaida gali būti laikoma pagrįstai tikslia (Gribniak 2012).

Antroji prielaida, taikoma elemento skerspjūviams, uždavinį supaprastina iki vienmačio. Eksperimentiniai tyrimai rodo (Fantilli *et al.* 2007, Gilbert ir Wu 2008) kad betono įtempiai tempiamųjų gelžbetoninių elementų skerspjūvyje pasiskirsto netolygiai – didžiausi yra ties armatūra ir mažėja artėjant prie skerspjūvio kraštų. Be to, arti armatūros esančiame betone pasireiškia ir pastebimos plastinės deformacijos (Salem ir Maekawa 2004). Nepaisant sudėtingo betono įtempių būvio skerspjūvyje, pastovių įtempių diagrama, taikoma plokščiųjų pjūvių prielaidoje, pakankamai tiksliai atspindi vidutinius betono įtempius (Wu ir Gilbert 2009).

Trečioji prielaida yra pakankamai tiksli, kai naudojama lygi armatūra. Rumbuotoje armatūroje ties rumbeliais susidaro didelės įtempių koncentracijos, pasireiškia betono mikropleišėjimas, kurį tiksliai sumodeliuoti įmanoma tik taikant specialius algoritmus mikromechaniniame lygmenyje (Pilkavičius 2014). Taikant supaprastintus armatūros ir betono modeliavimo metodus konstrukciniame lygmenyje trečioji prielaida gali būti taikoma ir rumbuotajai armatūrai (Balazs 1993).

4.2. Skaičiavimo algoritmas

Nagrinėjama tempiama gelžbetoninė prizmė, kurios ilgis L , armatūros skerspjūvio plotas A_s , betono skerspjūvio plotas A_c (4.1 pav., a). Armatūros ir betono tamprumo moduliai atitinkamai E_s ir E_c . Tempimo apkrova pridedama prizmės galuose, prie armatūros. Remiantis pirmąja prielaida, armatūros ir betono įtempiai apskaičiuojami taikant tiesiškai tamprias medžiagų savybes. Armatūros ir betono sąveika aprašoma taikant tam tikrą sukibimo įtempių ir slinkties modelį $\tau = \tau(s)$. Skaičiavimo tikslas yra sumodeliuoti elemento deformavimosi ir pleišėjimo procesą nuo pradinės apkrovos reikšmės iki irimo stadijos.



4.1 pav. Tempiamųjų gelžbetoninių elementų analizė: a) elemento diskretizavimas į pjūvius; b) ir c) armatūros ir betono deformacijų pasiskirstymas prieš atsirandant plyšiams; d) įtempių, deformacijų ir slinkties kitimas tarp gretimų pjūvių

Fig. 4.1. Analysis of a tensile RC tie: a) discretization on an element into a number of sections; b) and c) reinforcement and concrete strain distribution before formation of cracks; d) distribution of stresses, strains and slip between two consecutive sections

Nagrinėjamas elementas dalinamas į n skaičių pjūvių, atstumas tarp kurių $\Delta x = L / (n + 1)$. Praktiniams skaičiavimams siūloma priimti $\Delta x \approx 1$ cm ruožo ilgį.

Sakykime, elementą veikia išorinė apkrova P_i , nesukelianti plyšių atsirimo (4.1 pav., b). Skaičiavimai pradedami nuo apkrautojo galo, turint kraštines sąlygas: 1) betono įtempiai lygūs nuliui $\sigma_c = 0$; 2) armatūros įtempiai yra maksimalūs $\sigma_s = \sigma_{s,\max} = P_i / A_s$. Skaičiavimo algoritmui aprašyti imkime vieną ruožą Δx , esantį tarp pjūvių i ir $i + 1$ (4.1 pav., d). Pjūvyje i žinomi betono ir armatūros įtempiai $\sigma_{c,i}$ ir $\sigma_{s,i}$ ir juos atitinkančios deformacijos $\varepsilon_{c,i}$ ir $\varepsilon_{s,i}$ (nustatyti iš ankstesnio ruožo). Toliau skaičiavimai atliekami tokiais žingsniais:

1. Spėjama slinkties reikšmė i -tajame pjūvyje s_i .
2. Taikant tam tikrą sukibimo įtempių ir slinkties funkciją, apskaičiuojami šią slinktį atitinkantys sukibimo įtempiai: $\tau_i = \tau(s_i)$.
3. Iš jėgų pusiausvyros sąlygos apskaičiuojami betono ir armatūros įtempiai $i+1$:

$$\begin{aligned}\sigma_{c,i+1} &= \sigma_{c,i} + \frac{n \cdot \pi \cdot \emptyset \cdot \Delta x \cdot \tau_i}{A_c} \\ \sigma_{s,i+1} &= \sigma_{s,i} - \frac{n \cdot \pi \cdot \emptyset \cdot \Delta x \cdot \tau_i}{A_s}\end{aligned}\tag{4.1}$$

čia n – strypų skaičius; \emptyset – strypų skersmuo.

4. Remiantis tiesiškai tampria medžiagų elgsena, apskaičiuojamos įtempius atitinkančios deformacijos:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c,i+1} &= \frac{\sigma_{c,i+1}}{E_c} \\ \varepsilon_{s,i+1} &= \frac{\sigma_{s,i+1}}{E_s}\end{aligned}\tag{4.2}$$

5. Apskaičiuojamas slinkties pokytis, t.y. armatūros ir betono poslinkių skirtumas, nagrinėjamame ruože:

$$\Delta s_i = \Delta x \left[\frac{(\varepsilon_{s,i} + \varepsilon_{s,i+1})}{2} - \frac{(\varepsilon_{c,i} + \varepsilon_{c,i+1})}{2} \right]\tag{4.3}$$

6. Apskaičiuojama slinktis pjūvyje $i+1$:

$$s_{i+1} = s_i - \Delta s_i\tag{4.4}$$

7. Apskaičiuojami šią slinktį atitinkantys sukibimo įtempiai: $\tau_{i+1} = \tau(s_{i+1})$.

8. Apskaičiuojami vidutiniai nagrinėjamame ruože veikiantys sukibimo įtempiai

$$\tau_{vid} = \frac{\tau_i + \tau_{i+1}}{2} \quad (4.5)$$

9. Grįžtama į 3-ąjį žingsnį, skaičiavimams naudojant sukibimo įtempius τ_{vid} . Žingsniai 3–8 kartojami, kol su norimu tikslumu nenustatomi vidutiniai sukibimo įtempiai τ_{vid} .
10. Pereinama į kitą elementą, apribotą pjūviais $i + 1$ ir $i + 2$. Armatūros ir betono įtempiai, nustatyti pirmojo ruožo pabaigoje, naudojami kaip pradinės sąlygos apskaičiuojant tolimesnį ruožą.
11. Skaičiavimai nutraukiami, kai tam tikrame pjūvyje m : 1) spėta slinkties reikšmė tampa lygi nuliui, arba 2) armatūros ir betono deformacijos tampa lygios.
12. Apskaičiuojama faktinė slinktis nustatytame sąveikos ruožo ilgyje (nuo apkrautojo galo iki pjūvio m), kaip visų slinkties pokyčių suma:

$$s = \sum_{i=1}^m \Delta s_i \quad (4.6)$$

13. Jei 12 žingsnyje apskaičiuota slinktis nesutampa su spėta pradine slinktimi ties apkrautuoju galu, žingsniai 1–12 kartojami, 1 žingsnyje naudojant 12 žingsnyje apskaičiuotą slinkties reikšmę.
14. Skaičiavimai nutraukiami kai randama pradinė slinkties reikšmė ir pjūvis m , kuriame tenkinamos abi 11 žingsnio sąlygos (slinktis yra lygi nuliui, o armatūros ir betono deformacijos yra lygios)

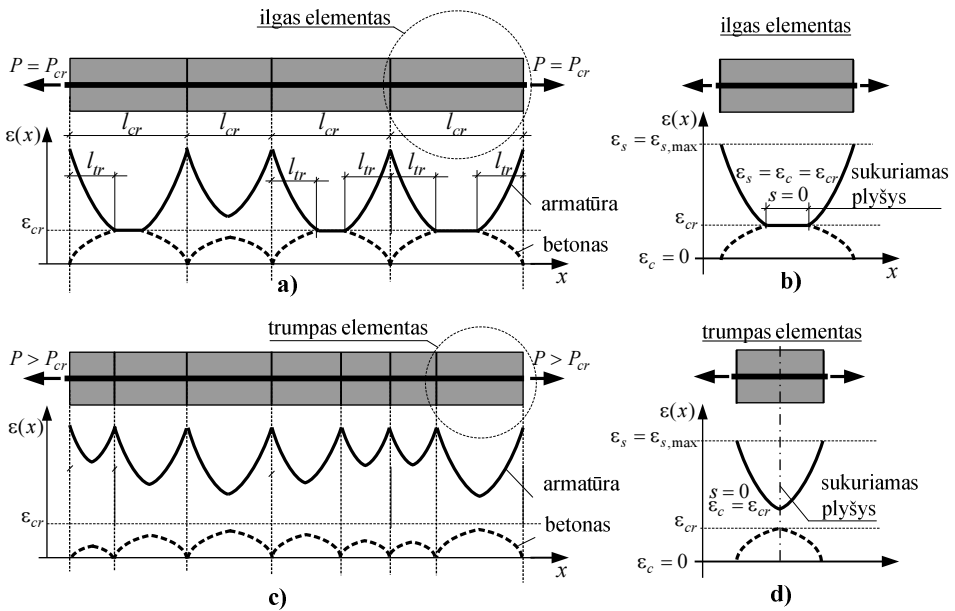
Taikant aprašytąjį algoritmą yra randamas įtempių perdavimo ilgis – atstumas, reikalingas armatūros ir betono deformacijų darnai pasiekti. Įtempių perdavimo ilgis 4.1 paveiksle, b) ir c) pažymėtas kaip l_{pr} . Nustačius armatūros ir betono deformacijų pasiskirstymą per visą elemento ilgį, vidutinės viso elemento deformacijos randamos suminį armatūros poslinkį dalinant iš elemento ilgio:

$$\epsilon_{vid} = \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_{s,i} \Delta x}{L} \quad (4.7)$$

Palaipsniui didinant apkrovą P_i , randama tokia jos reikšmė P_{cr} , kai betono deformacijos pasiekia pleišėjimo ribą ϵ_{cr} (šiam darbe naudojamas pleišėjimo deformacijos kriterijus $\epsilon_{cr} = f_{ct} / E_c$). Ši ribinė elemento būseną parodyta 4.1 paveiksle, c). Pasiekus pleišėjimo apkrovą P_{cr} , ties elemento viduriu susidaro ilgas ruožas, kuriame armatūros ir betono deformacijos yra lygios ($\epsilon_s = \epsilon_c = \epsilon_{cr}$). Bet kuriame pjūvyje, kuriame pasiekta armatūros ir betono deformacijų darna,

gali susidaryti plyšys. Siekiant realistiškai sumodeliuoti pleišėjimo procesą, šiame darbe taikoma atsitiktinius skaičius generuojanti funkcija, atsitiktinai parenkanti plyšio atsiradimo vietą (Pugachev 2013).

Plyšio vietoje visą apkrovą perima armatūra, o įtempiai betone yra lygūs nuliui. Deformacijų pasiskirstymas veriantis plyšiams schematiškai parodytas 4.2 paveiksle, a). Atsitiktine tvarka atsiveriant plyšiams elementas skyla į tam tikro ilgio blokus. Kiekviename iš susidariusių blokų, remiantis 1–14 žingsniais, apskaičiuojamas armatūros ir betono įtempių ir deformacijų pasiskirstymas. Esant apkrovos reikšmei P_{cr} , gali atsiverti nauji plyšiai, kol atstumas tarp gretimų plyšių yra $l_{cr} \geq 2l_{lr}$. Kai galioja ši sąlyga, susidarę elementai vadinami ilgais (žr. 4.2 pav., b). Ilgame elemente galioja tos pačios kraštinės sąlygos, kaip ir skaičiuojant pradinį elementą: atstumu l_{lr} nuo plyšio plokštumos slinktis yra lygi nuliui, o armatūros ir betono deformacijos yra lygios. Plyšys ilgame elemente gali atsitiktinai atsiverti bet kuriame pjūvyje, kuriame pasiekama armatūros ir betono deformacijų darna.



4.2 pav. Plyšių formavimasis armuoto betono elemente: a) pleišėjimo stadija; b) stabilių plyšių stadija; c) kraštinės sąlygos, taikomos ilgam elementui; d) kraštinės sąlygos, taikomos trumpam elementui

Fig. 4.2. Crack formation in a RC tie: a) cracking stage; b) stabilized cracking stage; c) boundary conditions for long element; d) boundary conditions for short element

Pleišėjant ilgiems elementams, atstumas tarp plyšių tampa $l_{cr} < 2l_{lr}$. Armatūros ir betono deformacijų pasiskirstymas esant šiam būviui parodytas 4.2 paveiksle, c). Trumpuose elementuose plyšys gali atsiverti tik didinant apkrovos reikšmę P_t .

Trumpų elementų skaičiavimo algoritmas yra analogiškas pateiktam 1–14 žingsniuose, bet taikomos kitos kraštinės sąlygos. Didinant apkrovos reikšmes armatūros ir betono deformacijos niekada netampa lygios ir skaičiavimams taikomos tokios sąlygos: 1) armatūros slinktis ties bloko viduriu yra lygi nuliui; 2) plyšys gali atsiverti tik ties bloko viduriu. Šios sąlygos schematiškai parodytos 4.2 paveiksle, d).

Skaičiavimai atliekami tol, kol pakopomis didinant apkrovą, armatūros deformacijos plyšyje pasiekia takumo ribą. Pagal sukurtąjį algoritmą plyšiai trumpuose elementuose gali vertis per visą apkrovimo laikotarpį, nes didėjant apkrovai, didėja ir slinktis, kartu ir veikiantys sukibimo įtempiai. Tai prieštarauja stebimai eksperimentinei tempiamųjų gelžbetoninių elementų elgsenai, kai stabilių plyšių stadijoje naujų plyšių atsivėrimas yra labai ribotas (Perez *et al.* 2013, Debernardi *et al.* 2013). Šis prieštaravimas gali būti paaiškintas pažeidimo zonos egzistavimu ir kitokiu sukibimo įtempių susidarymo pobūdžiu joje. Kaip buvo parodyta 1.3 poskyryje, dėl lokalaus betono pažeidimo sukibimo įtempiai greta atsivėrusių plyšių staiga tampa daug mažesni lyginat su likusiu sąveikos ruožu. Šiam efektui įvertinti buvo pasiūlytas supaprastintas modelis (žr. 3.2 poskyrį), kuris pritaikytas diskrečių plyšių algoritme. Gauti modeliavimo rezultatai, jų palyginimas su esamais eksperimentiniais duomenimis pateikiamas kitame poskyryje.

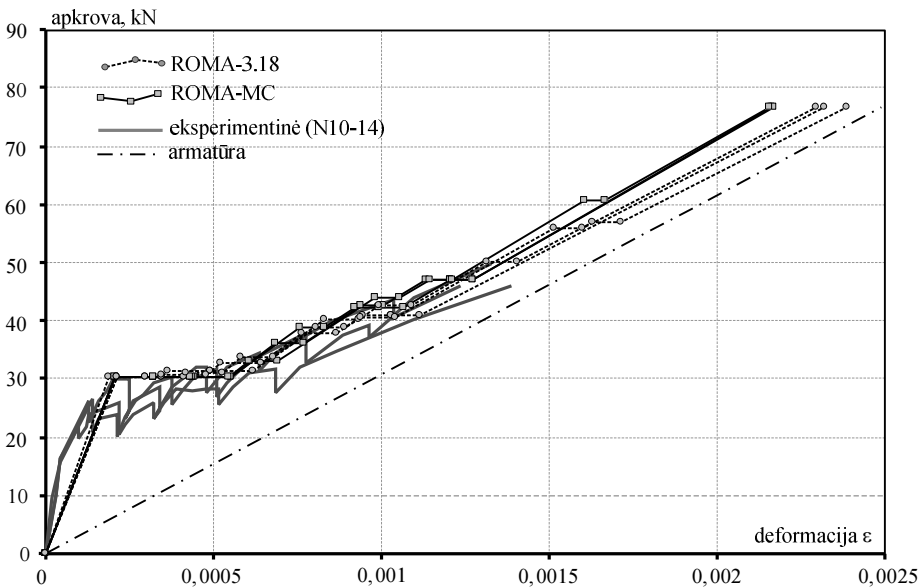
4.3. Skaičiavimų rezultatai

Sukurta diskrečiųjų plyšių programa buvo pritaikyta literatūroje skelbiamų eksperimentinių tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesui modeliuoti. Toliau atskirai pateikiami rezultatai apskaičiuojant vidutines elementų deformacijas ir gaunamus atstumus tarp plyšių.

4.3.1. Vidutinės deformacijos

Vidutinių deformacijų modeliavimo rezultatams įvertinti buvo pasirinkti 6 tempiamieji gelžbetoniniai elementai iš Farra ir Jaccoud (1993) eksperimentinės programos. Ši eksperimentinė programa pasirinkta dėl bandinių apimties (ją sudarė 122 tempiami elementai) ir galimybės palyginti vienodų elementų deformavimosi pobūdį (buvo pagaminama po tris kiekvieno elemento tipo bandinius). Visų nagrinėjamų elementų skerspjūvis buvo 100×100 mm, armuoti vienu 14

arba 20 mm skersmens strypu (armavimo procentas atitinkamai sudarė $\rho = 1,5$ ir $\rho = 3\%$). 4.3 paveiksle pateiktos eksperimentinės ir sumodeliuotos N40-14 bandinių serijos apkrovos ir vidutinių deformacijų diagramos. Bandinio žymėjimas 40 nurodo naudotą betoną ($E_c = 30,3$ GPa; $f_{ct} = 2,81$ MPa; $f_c = 39,9$ MPa), skaičius 14 žymi armatūros skersmenį ($\varnothing = 14$ mm; $E_s = 200$ GPa). Modeliavimo rezultatai pateikiami dviem atvejais: ROMA-MC žymi diskrečiųjų plyšių programos gautus rezultatus, taikant Model Code (2010) siūlomą armatūros ir betono sąveikos modelį. ROMA-3.18 žymi diskrečiųjų plyšių programos gautus rezultatus, taikant šiame darbe pasiūlytą 3.18 armatūros ir betono sąveikos dėsnį, kartu su 3.3 formulėje siūlomu pažeidimo zonos modeliu. Dėl atsitiktinio plyšių atsivėrimo pobūdžio, kiekvienu atveju buvo atliekama po tris skaičiavimus.



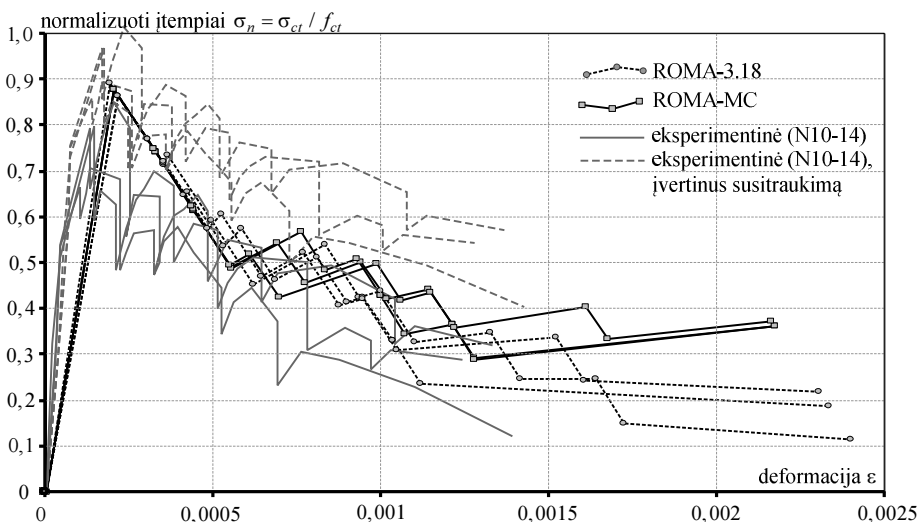
4.3 pav. Eksperimentinės ir sumodeliuotos N40-14 bandinių serijos apkrovos ir vidutinės deformacijos diagramos

Fig. 4.3. Experimental and numerical load-average strain diagrams for N40-14 specimen series

Nagrinėjant 4.3 paveiksle pateiktus rezultatus galima pastebėti, kad plyšių formavimosi stadijoje tarp dviejų skaičiavimo atvejų gaunami minimalūs skirtumai, susiję su atsitiktinių plyšių atsivėrimu. Apkrovai pasiekus didesnes reikšmes (50–75 kN), sumodeliuota elementų elgsena išsiskyrė: ROMA-MC skaičiavimo atveju elementų standumas praktiškai nesikeitė ir net šiek tiek didė-

jo. ROMA-3.18 atveju buvo sumodeliuotas laipsniškas standumo mažėjimas kylant apkrovos lygmeniui.

Standumo skirtumai tarp modeliavimo atvejų aiškiau matomi panagrinėjus betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas, pateiktas 4.4 paveiksle. Šios diagramos sudarytos vidutinių deformacijų ašį x paliekant tą pačią, o vidutiniai įtempiai perskaičiuoti vidutinę jėgą betone dalinat iš betono skerspjūvio ploto. Betono įtempiai papildomai normalizuoti tempiamojo stiprio atžvilgiu, gaunant bemates reikšmes y ašyje. Gautoje diagramoje punktyrine linija taip pat pateikiamos eksperimentinės betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, eliminavus susitraukimo efektą (Bischoff 2001). Traukiantis betonui, net ir be išorinės apkrovos betone susidaro tempimo įtempiai, kurių dydis daugiausiai priklauso nuo elemento armavimo procento.



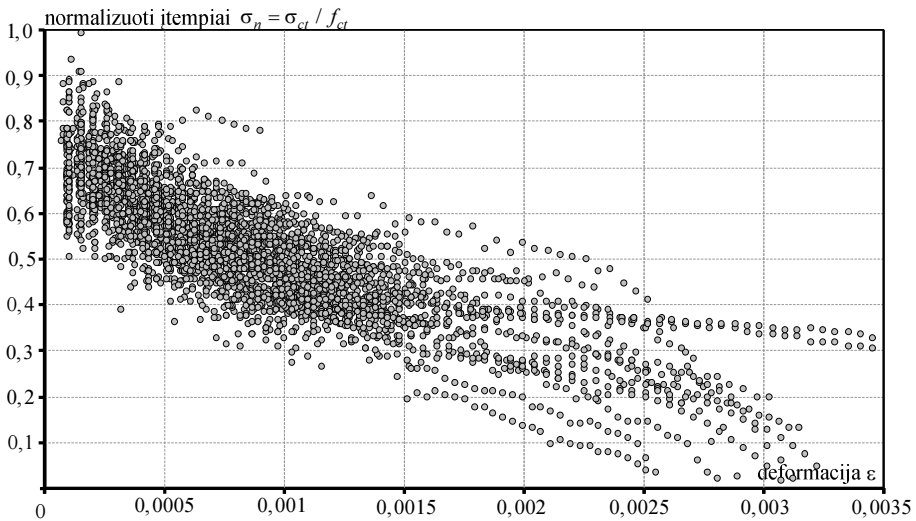
4.4 pav. Sumodeliuotos ir eksperimentinės N40-14 bandinių serijos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos

Fig. 4.4. Numerical and experimental concrete average stress-average strain diagrams for N40-14 specimen series

Betono susitraukimo efektas turi didelės įtakos tiek elementų pleišėjimo pobūdžiui, tiek ir apskaičiuojant vidutines deformacijas. Betono susitraukimo įtaka armuoto betono elementų pleišėjimo bei deformavimosi procesui nagrinėta ir disertacijos autoriaus (Gribniak *et al.* 2013a, b).

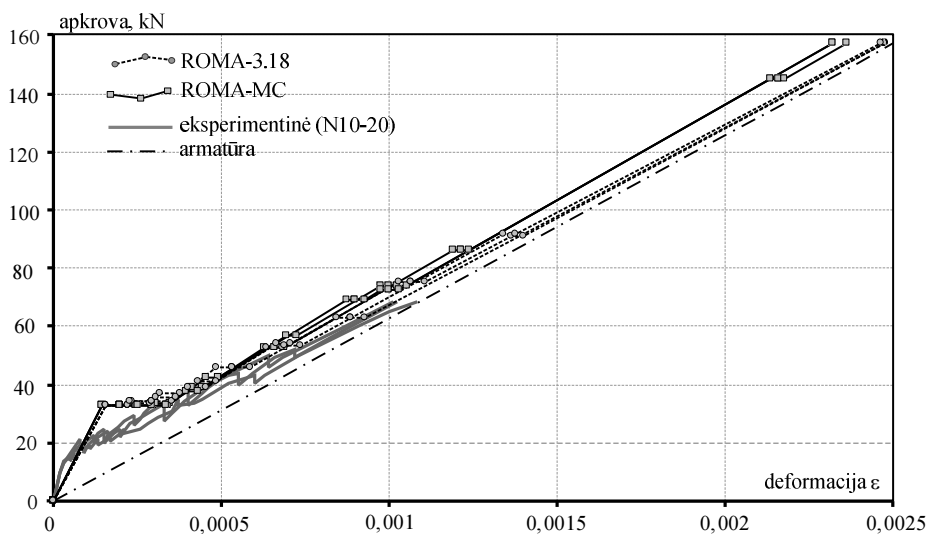
Gelžbetoninių elementų standumo mažėjimas didėjant apkrovos lygmeniui pastebimas ir eksperimentiškai. 4.5 paveiksle parodytos eksperimentinės nor-

malizuotų betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos. Duomenų imtį sudaro 31 literatūros šaltinis, 136 tempiamieji elementai ir 3863 eksperimentiniai taškai. Nors eksperimentiniai taškai yra stipriai išsibarstę, galima pastebėti bendrą tendenciją, kad augant deformacijos reikšmei, įtempiai betone pastebimai mažėja, kai kuriais atvejais priartėdami prie nulio. Šis efektas empiriniais metodais įvertinamas ir projektavimo normose (Jakubovskis ir Gundonis 2011; Kaklauskas *et al.* 2011, Girdžius *et al.* 2011)

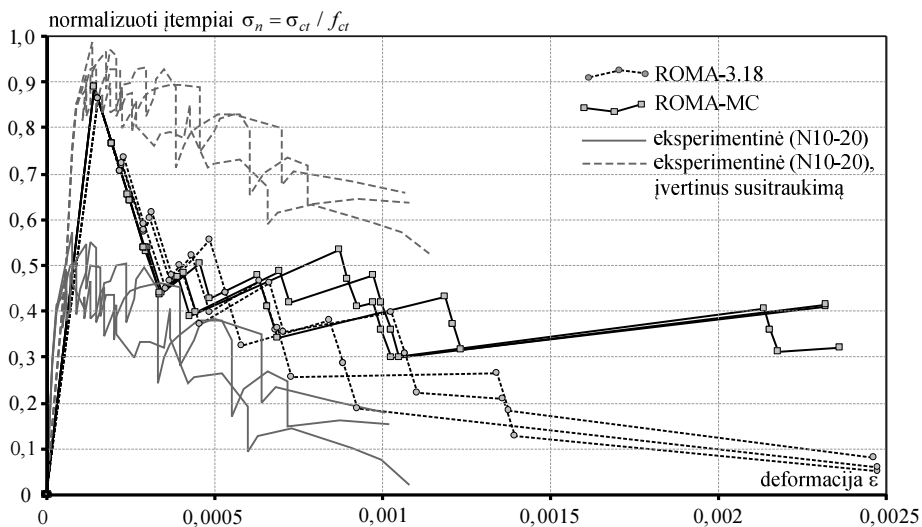


4.5 pav. Eksperimentinės vidutinių betono įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos
Fig. 4.5. Experimental concrete average stress-average strain diagrams

Analogiškai skaičiavimai buvo atlikti ir kitiems Farra ir Jaccoud (1993) eksperimentinės programos bandiniams. 4.6 paveiksle pateikti rezultatai gauti tos pačios betono klasės, bet kito strypo skersmens ($\varnothing = 20$ mm; $E_s = 200$ GPa) tempiamiems elementams. 4.7 paveiksle palygintos šių elementų vidutinių betono įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos.



4.6 pav. N40-20 bandinių serijos apkrovos ir vidutinės deformacijos diagramos
 Fig. 4.6. Load-average strain diagrams for N40-20 specimen series



4.7 pav. N40-20 bandinių serijos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos
 Fig. 4.7. Concrete average stress-average strain diagrams for N40-20 specimen series

Plyšių formavimosi etape modeliavimo rezultatai taip pat praktiškai sutapo. Apkrovai viršijus apie 100 kN reikšmę ROMA-3.18 modeliavimo atveju vėl buvo atkartotas eksperimentinei elgsenai būdingas standumo mažėjimas. N40-20 serijos bandiniai buvo armuoti 20 mm skersmens strypais, todėl pažeidimo zona turėjo didesnę įtaką vidutinėms elemento deformacijoms ir standumui. Šis efektas gerai pastebimas analizuojant 4.7 paveiksle pateiktas betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas.

N40-20 serijos bandiniams didelės įtakos turėjo dėl betono susitraukimo susidarantys papildomi betono įtempiai. Stipriai armuotuose elementuose (kai armavimo procentas $\rho \geq 2\%$) susitraukimo efektas ženkliai paankstina plyšių atsirimą, o tam tikrais atvejais plyšiai gali atverti ir be išorinės apkrovos (Gribniak *et al.* 2014a, b). Šis efektas yra aiškiai pastebimas nagrinėjant eksperimentines N40-20 serijos bandinių betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas (4.7 pav.).

4.3.2. Atstumai tarp plyšių

Gelžbetoninių konstrukcijų plyšio pločio skaičiavimas tradiciškai yra susijęs su didžiulėmis paklaidomis, kurios neretai viršija kelis šimtus procentų (Perez 2013). Didžiausios įtakos tam turi sudėtinga betono mikrostruktūra, atsitiktinis plyšių plitimo pobūdis, armatūros ir betono sąveikos aspektai.

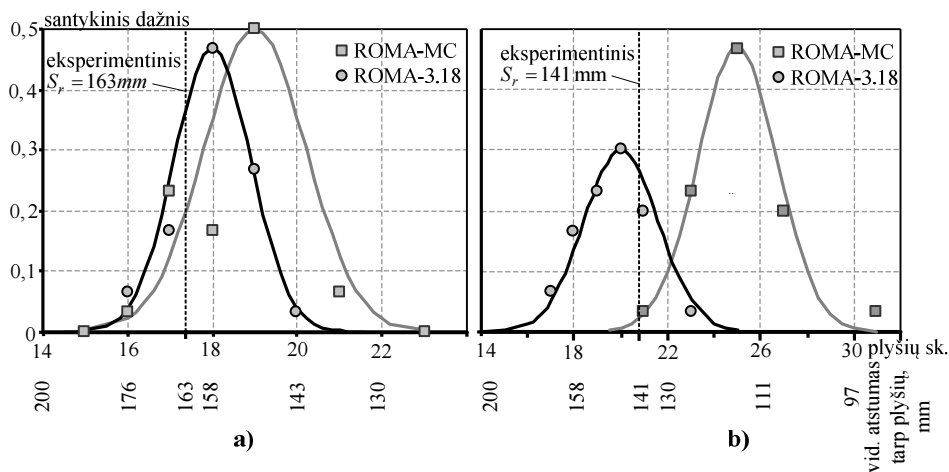
Plyšio pločio skaičiavimas paprastai yra atliekamas atstumą tarp plyšių dauginant iš vidutinės armatūros deformacijos. Tokiu būdu gaunamas armatūros poslinkis, kuris apytiksliai ir atspindi plyšio plotį. Iš šių dviejų daugiklių didžiausios paklaidos daromos nustatant atstumus tarp plyšių. Tais atvejais, kai pavyksta tiksliai nustatyti atstumus tarp plyšių, plyšio pločio skaičiavimas nesukelia didesnių sunkumų (Mias *et al.* 2015).

Naudojantis sukurta diskrečių plyšių programa, plyšio plotis yra apskaičiuojamas tiesiogiai – kaip armatūros slinkties reikšmė atsivėrusiame plyšyje. Vis dėlto, norint palyginti sumodeliuotą elementų pleišėjimo pobūdį su eksperimentiniais rezultatais, šiame skirsnyje dėmesys yra sutelkiamas į plyšių skaičių ir vidutinius atstumus tarp jų.

Grįžkime prie praeitame skirsnyje nagrinėtų Farra ir Jaccoud (1993) tempiamųjų gelžbetoninių elementų. Kartu su vidutinėmis deformacijomis eksperimentinėje programoje buvo fiksuojamas ir atsiveriančių plyšių skaičius. Nustatyta, kad vidutiniai atstumai tarp plyšių nedaug priklauso nuo betono stiprio. Vidutiniai atstumai tarp plyšių 14 mm skersmens strypais armuotų prizmių buvo 163 mm; 20 mm skersmens – 141 mm. Kadangi sumodeliuotų plyšių skaičius yra atsitiktinis dydis (eksperimentinėje programoje fiksuotas galutinis plyšių skaičius taip pat buvo atsitiktinis – 1150 mm ilgio bandiniuose buvo stebima nuo 4 iki 8 plyšių), skaitiniam modeliavimui buvo sukurti 3000 mm ilgio elementai.

Elementų ilgis padidintas norint tiksliau įvertinti vidutinį elemento pleišėjimo pobūdį. Be to, statistiniam atsiveriančių plyšių skaičiui įvertinti, kiekvienam elementui buvo atliekama po 30 skaičiavimų. Kaip ir vidutinių deformacijų skaičiavimo atveju, diskrečiųjų plyšių algoritme buvo naudojamos Model Code (2010) ir siūlomas 3.18 armatūros ir betono sąveikos dėsnis.

Atlikus skaičiavimus, kiekvienam elementui buvo sudaryti atsiveriančių plyšių santykiniai dažnių grafikai, parodyti 4.8 paveiksle, a) ir b). ROMA-MC modeliavimo atveju, 14 mm skersmens strypu armuotam elementui plyšių skaičius pateko į intervalą nuo 16 iki 21, atitinkamai vidutinis atstumas tarp plyšių $S_{r,vid}$ kito nuo 176 iki 136 mm. Dažniausiai pasitaikanti reikšmė buvo 19 plyšių ($S_{r,vid} = 150$ mm). 20 mm skersmens strypu armuotiems elementams su modeliuotas plyšių skaičius kito intervale nuo 21 iki 31, su dažniausiai pasitaikančia reikšme 25 ($S_{r,vid} = 115$ mm). Gauti plyšių pasikartojimo duomenys gerai aproksimuoti normaliuoju skirstiniu (išsitiesinės linijos 4.8 pav.), determinacijos koeficientas sudarė 0,8–0,85. Galima pastebėti, kad ROMA-MC modeliavimo atveju plyšių skaičius tiek 14, tiek 20 mm skersmens strypu armuotiems elementams buvo pervertintas ir gauti mažesni nei eksperimentiniai vidutiniai atstumai tarp plyšių.



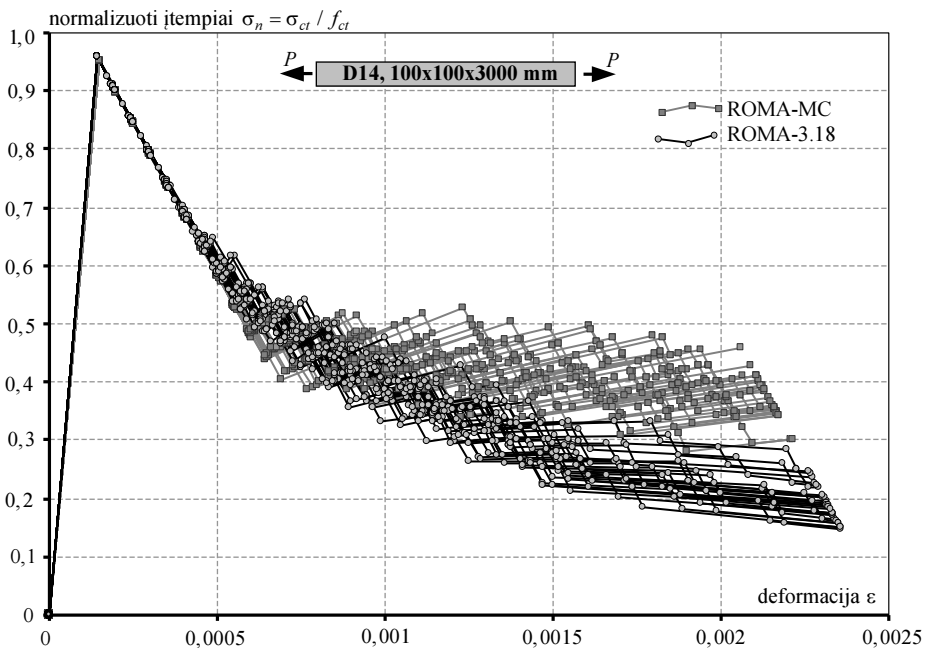
4.8 pav. Eksperimentiniai ir sumodeliuoti vidutiniai atstumai tarp plyšių: a) N40-14 bandinių serijai; b) N40-20 bandinių serijai

Fig. 4.8. Experimental numerical average crack spacings: a) for N40-14 specimen series; b) for N40-20 specimen series

ROMA-3.18 modeliavimo atveju, santykiniai plyšių pasikartojimo dažniai taip pat buvo gerai aproksimuojami normaliuoju skirstiniu, determinacijos koe-

ficientas sudarė 0,85–0,9. 14 mm skersmens strypu armuotam elementui plyšių skaičius pateko į intervalą nuo 16 iki 20, su dažniausiai pasitaikančia 18 plyšių reikšme ($S_{r,vid} = 158$ mm). 20 mm skersmens strypu armuotiems elementams sumodeliuotas plyšių skaičius padidėjo nežymiai, iki eksperimentams artimos 143 mm vidutinio atstumo tarp plyšių reikšmės (4.8 pav.). Toks nežymus plyšių skaičiaus didėjimas susijęs su taikytu pažeidimo zonos modeliu, proporcingu strypų skersmeniui. Aukštesnėse apkrovos stadijose, išplitus pažeidimo zonoms, elementų pleišėjimas stabilizuodavosi lėmė mažesnę sumodeliuotą plyšių skaičių.

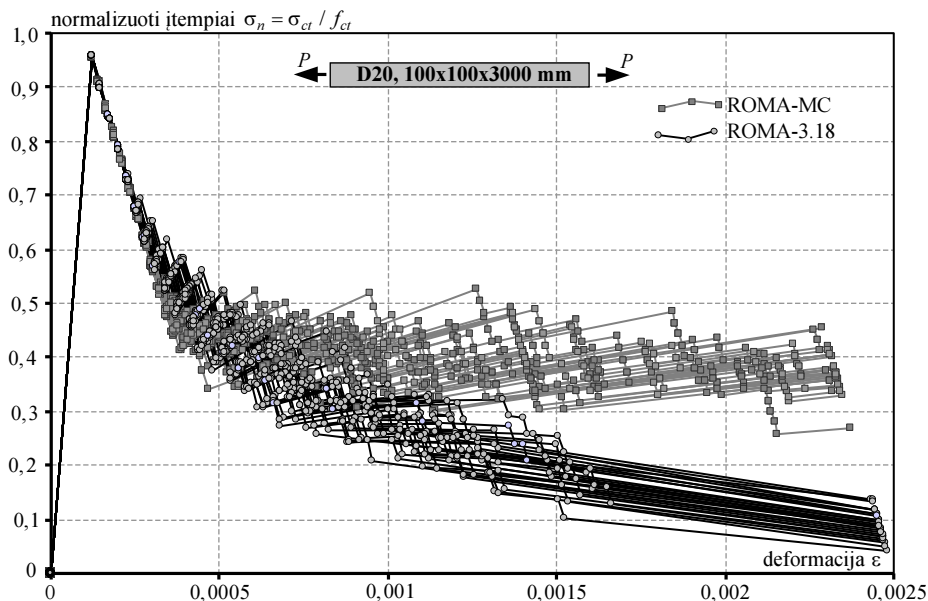
Elementų pleišėjimo procesas gali būti vertinamas analizuojant gautas betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas, parodytas 4.9 ir 4.10 paveiksluose.



4.9 pav. Sumodeliuotos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos
Fig. 4.9. Numerical concrete average stress-average strain diagrams

ROMA-MC modeliavimo atveju tiek 14, tiek 20 mm skersmens strypais armuotiems elementams plyšiai intensyviai vėrėsi iki irimo stadijos (pastebima iš šuoliškai kintančios betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos). Tokia sumodeliuota elgsena prieštarauja stebimam eksperi-

mentiniam tempiamųjų gelžbetoninių elementų pleišėjimo procesui, kai pasiekus aukštesnes pakrovos stadijas naujų plyšių atsivėrimas yra labai ribotas (Perez *et al.* 2013).



4.10 pav. Sumodeliuotos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos
Fig. 4.10. Numerical concrete average stress-average strain diagrams

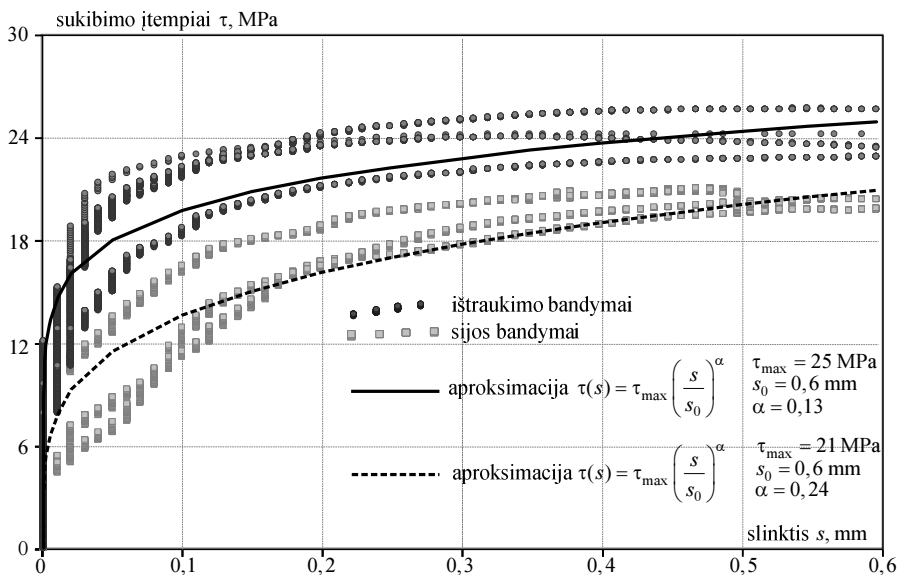
Stabilaus pleišėjimo reiškinys buvo sumodeliuotas ROMA-3.18 atveju, kai naujų plyšių vėrimasis stabilizuodavosi pasiekus apie 0,0015 deformacijos reikšmę (4.10 pav.). Kaip minėta, šioje stadijoje didesnę reikšmę pradeda įgyti pažeidimo zona, bet ne augantys sukibimo įtempiai, todėl naujų plyšių elemente nesusidaro, o betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagrama pradeda artėti prie horizontaliosios ašies. Be to, ROMA-3.18 modeliavimo atveju betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos pasižymėjo mažesne sklaida – tai gali būti paaiškinta pažeidimo zonos plitimu ir plyšių stabilizavimusi aukštosiose apkrovos stadijose.

4.3.3. Eksperimentinių funkcijų taikymas

Šiame skirsnyje gelžbetoninių elementų pleišėjimo ir deformacijų analizei taikomos autoriaus gautos eksperimentinės sukibimo įtempių ir slinkties priklausomybės (2-asis šio darbo skyrius). Skaičiavimams panaudoti duomenys gauti iš

sijos ir ištraukimo bandinių (12 mm skersmens plieninės armatūros). Bandymų rezultatai buvo aproksimuoti laipsninėmis funkcijomis, mažiausių kvadratų metodu parenkant parametrus τ_{\max} , s_0 ir α . Gautos funkcijos ir bandymų rezultatai pateikiami 4.11 paveiksle.

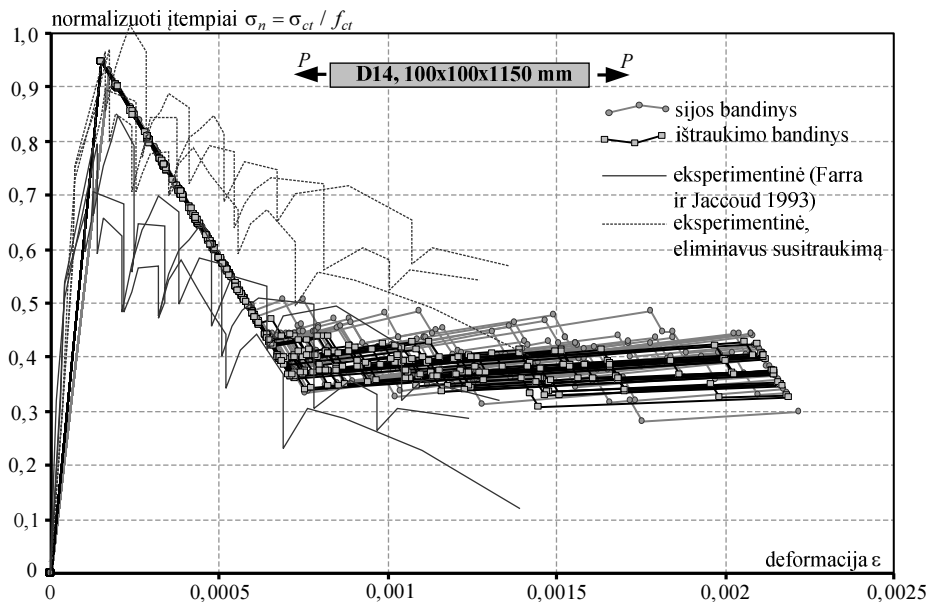
Aproksimuotos eksperimentinės diagramos buvo panaudotos sukurtose skaičiavimo programoje. Gaunamiems pleišėjimo ir vidutinių deformacijų rezultatams patikrinti buvo remtasi Farra ir Jaccoud (1993) išbandytais tempiamais elementais (analogiškai kaip ir ankstesniuose skirsniuose). 4.12 paveiksle palygintos gautos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos modeliuojant N40-14 serijos elementus.



4.11 pav. Eksperimentinių sukibimo įtempių ir slinkties diagramų aproksimavimas
Fig. 4.11. Approximation of experimental bond-slip diagrams

Iš gautų rezultatų galima pastebėti, kad taikant tiek sijos, tiek ištraukimo bandinių sukibimo įtempių ir slinkties diagramas, sumodeliuojamos beveik vienodos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos. Po plyšių formavimosi stadijos vidutiniai įtempiai betone nukrinta iki $\sigma_n \approx 0,4$ (čia $\sigma_n = \sigma_{ct} / f_{ct}$) reikšmės ir praktiškai lieka pastovūs iki elemento irimo stadijos. Kaip aptarta anksčiau, tai prieštarauja stebimai eksperimentinei elgsenai, kai didėjant apkrovai vidutiniai įtempiai betone nuosekliai krinta (4.5 pav.). Eksperimentinių vidutinių betono įtempių kritimas augant deformacijai yra matomas ir 4.12 paveiksle. Kaip ir ankstesniuose skirsniuose, eksperimentinės dia-

gramos pateiktos dviem atvejais: faktinė (ištisinėmis linijomis) ir eliminavus susitraukimo efektą (punktyrinėmis linijomis). Sumodeliuotos ir eksperimentinės elgsenos neatitiktis gali būti paaiškinta tuo, kad tiek sijos, tiek ištraukimo bandinyje, inkaravimo zona perkeliama į elemento vidurį ir bandymo metu nefiksuojamas vietinis betono pažeidimas šalia plyšio.

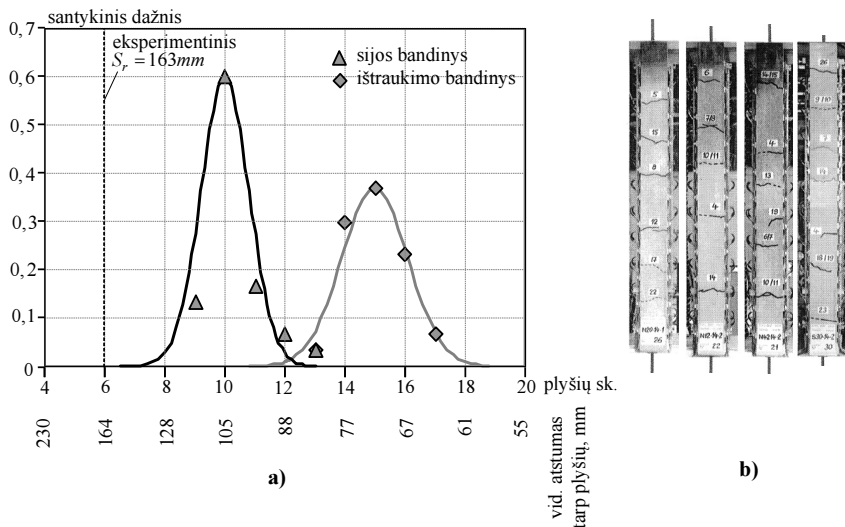


4.12 pav. Sumodeliuotos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos naudojant eksperimentines sukibimo įtempių ir slinkties priklausomybes
Fig. 4.12. Simulated concrete average stress-average strain diagrams using experimental bond-slip relationships

Nors sumodeliuotos betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos taikant ištraukimo ir sijos bandinių eksperimentinius sukibimo įtempių ir slinkties duomenis buvo artimos viena kitai, tačiau gautos elementų pleišėjimo schemos iš esmės išsiskyrė. Skaičiavimams taikant sukibimo įtempių ir slinkties funkciją, gautą iš strypo ištraukimo bandinių, dažniausiai pasitaikantis sumodeliuotų plyšių kiekis buvo 15, tuo tarpu iš sijos bandinių – 10. Su kiekviena sukibimo įtempių ir slinkties funkcija atlikus po 30 skaičiavimų. 4.13 paveiksle, a) pateikiamas gautas atsiveriančių plyšių santykinis dažnis. Kaip ir ankstesniuose skirsniuose, gauti plyšių pasikartojimų santykiniai dažniai aproksimuoti normaliaisiais skirstiniais (ištisinės linijos 4.13 pav., a). Abiem atvejais sumodeliuotas plyšių kiekis viršijo stebimus eksperimentinius rezultatus (4.13 pav., b), kai

1150 mm ilgio elementuose vidutiniškai atsiverdavo po 6 plyšius. Sumodeliuotų elementų pleišėjimo pobūdžio neatitikimas eksperimentinei elgsenai gali būti paaiškintas dvejopai:

1. Kaip aptarta trečiojo skyriaus pradžioje, ištraukimo bandiniuose išmatuojami didesni sukibimo įtempiai dėl papildomų apgniuždymo ir trinties jėgų (3.1 pav.). Be to, matuojant laisvojo galo armatūros poslinkį, slinktis pareiškia tik pasiekus tam tikrus pradinius įtempius. Šios priežastys lėmė, kad dėl labai standžios kontakto zonos elgsenos buvo sumodeliuojamas daugiau nei dvigubai didesnis plyšių kiekis (vidutiniškai 15 plyšių), lyginant su stebimu eksperimentiniu (vidutiniškai 6 plyšiai) Sijos bandymo atveju sumodeliuotas plyšių kiekis buvo mažesnis (10 plyšių), tačiau taip pat viršijo eksperimentinius rezultatus. Antrajame skyriuje buvo parodyta, kad mažesnius sukibimo įtempius sijos bandinyje lemia realistiškesnis įtempių būvis, kai tiek armatūra, tiek aplinkui esantis betonas yra tempiami.
2. Tiek ištraukimo, tiek sijos bandiniuose nėra įvertinama pažeidimo zonos įtaka gaunamoms sukibimo įtempių ir slinkties diagramoms. Besiplečianti pažeidimo zona sustabdo plyšių plitimą aukštesnėse apkrovos stadijose ir tiek pleišėjimo, tiek vidutinių deformacijų elgsena tampa artimesnė eksperimentinei.



4.13 pav. Eksperimentiniai ir sumodeliuoti vidutiniai atstumai tarp plyšių: a) santykiniai plyšių skaičiaus pasikartojimo dažniai; b) N40-14 bandinių serijos pleišėjimo pobūdis
Fig. 4.13. Experimental and numerical average crack spacings: a) relative frequencies in a number of cracks; b) experimental crack patterns in N40-14 specimen series

4.4. Ketvirtąjį skyriaus išvados

Apibendrinus ketvirtame skyriuje pateiktus rezultatus galima teigti, kad:

1. Taikant sukurta diskretaus pleišėjimo programą galima realistiškai modeliuoti vidutinės tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijas ir betono vidutinių įtempių – vidutinių deformacijų diagramas.
2. Skaitinė analizė parodė, kad taikant Model Code (2010) siūlomą armatūros ir betono sąveikos dėsnį, darbe nagrinėtiems elementams sumodeliuojamas plyšių kiekis 20–30 % viršija eksperimentinį.
3. Naudojant šiame darbe pasiūlytus armatūros ir betono sąveikos bei pažeidimo zonos modelius, gaunamas eksperimentus atitinkantis elementų pleišėjimo pobūdis.
4. Sukurta programa leidžia tikimybiškai įvertinti plyšių atsivėrimo plotčius. Skirtingai nuo pusiau-tikimybinių projektavimo normų metodų, nustatančių charakteristines plyšio pločio reikšmes, siūlomu algoritmu gaunamas artimas normaliajam plyšių pločių reikšmių tikimybinis skirstinys. Pagal šiuos statistinius duomenis, plyšio plotis gali būti prognozuojamas su norimu patikimumu. Toks prognozavimo metodas leidžia efektyviai panaudoti konstrukcines medžiagas, atsižvelgiant į statinio svarbą.

Bendrosios išvados

Apibendrinus šio disertacinio darbo rezultatus galima teigti, kad:

1. Literatūros analizė parodė, kad pasaulyje nėra vieningų ir tarpusavyje suderintų deformacijų ir plyšio pločio skaičiavimo teorijų, o inžinerinėje praktikoje vyrauja empiriniai metodai.
2. Šiame darbe armuoto betono elementų pleišėjimas, vidutinės deformacijos bei armatūros ir betono sukibimas modeliuojami kaip tarpusavyje susieti procesai. Toks modeliavimo būdas leidžia išvengti rezultatų prieštaravimų, būdingų empiriniams metodams: didėjančio elemento standumo variantis plyšiams, stabilių plyšių stadijos išnykimo, nerealiai mažų atstumų tarp plyšių.
3. Skirtingai nuo empirinių metodų, pasiūlytoji modeliavimo koncepcija nėra ribojama medžiagų fizikinių ir mechaninių savybių, apkrovimo sąlygų ar konstrukcijų tipo. Ji gali būti taikoma tiek tempiamųjų, tiek lenkiamųjų bei plaušu ir kompozitais armuoto betono elementų tinkamumo ribinio būvio analizei.
4. Eksperimentiniai armatūros ir betono sąveikos tyrimai parodė, kad apsauginis betono sluoksnio storis gali turėti didelės įtakos sukibimo įtempiams. Apsauginiam betono sluoksniui sumažėjus nuo 50 iki 20 mm, maksimalūs sukibimo įtempiai sumažėjo 50–60 %.

5. Pasiūlytame armatūros ir betono sąveikos modelyje netiesiogiai įvertinama konstrukcinių veiksnių (apsauginio betono sluoksnio, išilginių plyšių, įtempių būvio) įtaka sukibimo įtempiams. Tai leidžia taikyti modelį prognozuojant elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesą sudėtingomis apkrovimo ar strypų išdėstymo sąlygomis.
6. Armuoto betono elementų pleišėjimo ir deformavimosi procesui didelę įtaką daro vietinė betono pažeidimo zona, atsirandanti šalia plyšio. Neįvertinus pablogėjusio armatūros ir betono sukibimo šioje zonoje, gaunami eksperimentams prieštaraujantys rezultatai: didėjant apkrovai, elementų standumas nuolat auga bei atsiranda nauji plyšiai, t.y. stabilų plyšių stadija nepasiekama.
7. Šiame darbe pasiūlytas armatūros ir betono sukibimo pažeidimo zonos modelis leidžia įvertinti sukibimo įtempių kitimą greta atsiveriančių plyšių. Skirtingai nuo esamų metodikų, pasiūlytajame modelyje įvertinama ne tik armatūros skersmens, bet ir jos deformacijos įtaka pažeidimo zonos ilgiui.
8. Naudojant pasiūlytą armuoto betono elementų pleišėjimo vertinimo metodą, vidutiniai atstumai tarp plyšių apskaičiuojami tiksliau nei pasaulinių projektavimo rekomendacijų Model Code (2010) modeliu. Atlikta analizė parodė, kad naudojant siūlomą skaičiavimo metodą, maksimali paklaida sumažėjo nuo 62 iki 33 %, lyginat su Model Code (2010) gaunamais rezultatais.
9. Skaitinė analizė parodė, kad taikant Model Code (2010) siūlomą armatūros ir betono sąveikos dėsnį darbe nagrinėtiems elementams sumodeliuojamas plyšių kiekis 20–30 % viršija eksperimentinį.
10. Naudojant šiame darbe pasiūlytus armatūros ir betono sąveikos bei pažeidimo zonos modelius, buvo gautas eksperimentus atitinkantis atstumas tarp plyšių (paklaida neviršijo 5 %). Taip pat buvo skaitiškai sumodeliuotas pleišėjimo stabilizavimosi reiškinys ir eksperimentams būdingas deformacijų augimas aukštose apkrovos stadijose.

Literatūra ir šaltiniai

Abrams, D. A. 1913. Tests of bond between concrete and steel.

Abrams, D. A. 1925. Studies on Bond Between Concrete and Steel, *Structural materials research laboratory*.

Abrishami, H. H.; Mitchell, D. 1996. Analysis of bond stress distributions in pullout specimens, *Journal of Structural Engineering* 122(3): 255–261.

Alvarez, M.; Koppel, S.; Marti, P. 2000. Rotation capacity of reinforced concrete slabs, *ACI Structural Journal* 97(2).

Achillides, Z.; Pilakoutas, K. 2004. Bond behavior of fiber reinforced polymer bars under direct pullout conditions, *Journal of Composites for Construction* 8(2): 173–181.

ACI Committee 318: Building code requirements for structural concrete. ACI 318-08 and Commentary. ACI, Farmington Hills, Michigan, 2008.

Baena, M. 2010. *Study of bond behaviour between FRP reinforcement and concrete.* Doctoral disertation. University of Girona.

Baena, M.; Torres, L.; Turon, A.; Barris, C. 2009. Experimental study of bond behaviour between concrete and FRP bars using a pull-out test, *Composites Part B: Engineering* 40(8): 784–797.

Balazs, G. L. 1993. Cracking analysis based on slip and bond stresses, *ACI Materials Journal* 90(4): 340–348.

Beeby, A. W. 2005. The influence of the parameter ϕ/ρ_{eff} on crack widths, *Structural Concrete* 6(4): 155–165.

Bigaj, A. J. 1999. Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in RC beams and slabs. Doctoral dissertation. Delft university press.

Bischoff, P. H. 2001. Effects of shrinkage on tension stiffening and cracking in reinforced concrete, *Canadian Journal of Civil Engineering* 28(3): 363–374.

Borosnyói, A.; Balázs, L. G. 2005. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art, *Structural Concrete* 6(2): 53–62.

Bond of Reinforcement in Concrete: State-of-art-Report. Federation Internationale du Beton (fib), 2000. 427 p.

Borosnyói, A.; Balázs, G. L. 2005. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art, *Structural Concrete* 6(2): 53–62.

Casanova, A.; Jason, L.; Davenne, L. 2012. Bond slip model for the simulation of reinforced concrete structures, *Engineering Structures* 39: 66–78.

CEB-FIP (Comité Euro International du Béton; Fédération Internationale de la Précontraint) CEB-FIB Model Code 1990: *Design Code*, Thomas Telford, London, 1991.

Chen, W. F. 2007. *Plasticity in reinforced concrete*. J. Ross Publishing.

Cholmianskij, M. M. 1981. *Bond of reinforcement and concrete*, Moscow: Stroyizdat (In Russian).

Cholmianskij, M. M. 1997. *Concrete and reinforced concrete: deformation and cracking*, Moscow: Stroyizdat (In Russian).

Cosenza, E.; Manfredi, G.; Realfonzo, R. 1997. Behavior and modeling of bond of FRP rebars to concrete, *Journal of composites for construction* 1(2): 40–51.

Dang, C. N.; Murray, C. D.; Floyd, R. W.; Hale, W. M.; Martí-Vargas, J. R. 2014. Analysis of bond stress distribution for prestressing strand by Standard Test for Strand Bond, *Engineering Structures* 72: 152–159.

Daoud, A.; Maurel, O.; Laborderie, C. 2013. 2D mesoscopic modelling of bar–concrete bond, *Engineering Structures* 49: 696–706.

Debernardi, P. G.; Guiglia, M.; Taliano, M. 2013. Effect of Secondary Cracks for Cracking Analysis of Reinforced Concrete Tie, *ACI Materials Journal* 110(2).

Den Uijl, J. A.; Bigaj, A. J. 1996. A bond model for ribbed bars based on concrete confinement, *HERON* 41 (3).

Elfgren, L.; Noghabai, K. 2002. Tension of reinforced concrete prisms. Bond properties of reinforcement bars embedded in concrete tie elements. Summary of a RILEM round-robin investigation arranged by TC 147-FMB Fracture Mechanics to Anchorage and Bond, *Materials and Structures* 35(6): 318–325.

- Eligehausen, R.; Mallée, R.; Silva, J. F. 2013. *Anchorage in concrete construction*. John Wiley & Sons.
- Eligehausen, R.; Popov, E. P.; Bertero, V. V. 1982. *Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations*.
- Focacci, F.; Nanni, A.; Bakis, C. E. 2000. Local bond-slip relationship for FRP reinforcement in concrete, *Journal of composites for construction* 4(1): 24–31.
- Fantilli, A. P.; Ferretti, D.; Iori, I.; Vallini, P. 1998. Flexural deformability of reinforced concrete beams, *ASCE Journal of Structural Engineering* 124(9): 1041–1049.
- Fantilli, A. P.; Mihashi, H.; & Vallini, P. 2007. Crack profile in RC, R/FRCC and R/HPFRCC members in tension, *Materials and Structures* 40(10): 1099–1114.
- Fantilli, A. P.; Ciaia, B. 2012. The divine proportion in the bond between steel and concrete, *Proceedings of The 4th Bond in Concrete Conference: Bond, Anchorage, Detailing*, 17-20 June, 2012, Brescia, Italy: 31–38.
- Farra, B.; Jaccoud, J. P. 1993. Influence of concrete and reinforcement on cracking of concrete structures. Test Report. of Short-Term Imposed Strains on Ties, IBAP, Pub. 140, Lausanne, Switzerland. 436 p.
- Floegl, H.; Mang, H. A. 1982. Tension stiffening concept based on bond slip, *ASCE Journal of Structural Engineering* 108(12): 2681–2701.
- Gambarova, P. G. 2012. Bond in reinforced concrete: where do we stand today, *Bond in Concrete*: 1–13.
- Gilbert, R. I.; Wu, H. Q. 2008. An experimental study of tension stiffening in reinforced concrete members under short term and long-term loads, *UNICIV report No. R-449*. Sydney: University of New South Wales. 32 p.
- Girdžius, R. 2011. *Tension-stiffening model for reinforced concrete members according Eurocode*. Doctoral dissertation, Vilnius Gediminas Technical University. Vilnius: Technika.
- Glanville, W. H.; Thomas, F. G. 1939. *Studies in reinforced concrete*. HM Stationery Office.
- Goto, Y. 1971. Cracks formed in concrete around deformed tension bars, *ACI Journal Proceedings* 68(4): 244–251.
- Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Kacianauskas, R.; Kliukas, R. 2012. Improving efficiency of inverse constitutive analysis of reinforced concrete flexural members, *Sci Res Essays* 7(8): 923–938.
- Hamad, B. S.; Harajli, M. H. 2001. Effect of fiber reinforcement on bond strength of tension lap splices in high-strength concrete, *ACI Structural Journal* 98(5).
- Hawkins, N. M.; Lin, I. J.; Jeang, F. L. 1982. Local bond strength of concrete for cyclic reversed loadings. *Bond in concrete*: 151–161.

- Hong, S.; Park, S. K. 2012. Uniaxial bond stress-slip relationship of reinforcing bars in concrete, *Advances in Materials Science and Engineering*, 2012.
- Houde, J. 1973. Study of force-displacement relationships for the finite-element analysis of reinforced concrete. Doctoral dissertation, McGill University.
- Jendele, L.; Cervenka, J. 2006. Finite element modelling of reinforcement with bond, *Computers & structures* 84(28): 1780–1791.
- Ikki, N.; Kiyomiya, O. 1996. Effect of axial concrete stress on bond strength of deformed bar, *Proceedings of Japan Concrete Institute* 21(3): 373–378.
- Ichinose, T.; Kanayama, Y.; Inoue, Y.; Bolander, J. E. 2004. Size effect on bond strength of deformed bars, *Construction and building materials* 18(7): 549–558.
- Kaklauskas *et al.* 2012. Kompozitais armuotos betoninės konstrukcijos: vadovėlis. Vilnius: Technika. 300 p.
- Kanakubo, T.; Sato, Y.; Uchida, Y.; Watanabe, K.; Shima, H. 2012. Japan Concrete Institute TC activities on bond behavior and constitutive laws in RC (Part 3. Application of constitutive laws for FEA), *Bond in Concrete 2012—General Aspects of Bond*: 105–112.
- Kankam, C. K. 1997. Relationship of bond stress, steel stress, and slip in reinforced concrete, *ASCE Journal of Structural Engineering* 123(1): 79–85.
- Kankam, C. K. 2003. A routine method for measuring bond stress, steel strain and slip in reinforced concrete beams at service loads, *Magazine of Concrete Research* 55(1): 85–93.
- Kwak, H.G.; Ha, S.J. 2006. Non-structural cracking in RC walls: Part II. Quantitative prediction model, *Cement and Concrete Research* 36(4): 761–775.
- Lorrain, M.; Maurel, O.; Seffo, M. 1998. Cracking behavior of reinforced high-strength concrete tension ties, *ACI Structural Journal* 95(5).
- Maekawa, K.; Pimanmas, A.; Okamura, H. 2003. *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*. London and New York: Spon Press. 721 p.
- Marti, P.; Alvarez, M.; Kaufmann, W.; Sigrist, V. 1998. Tension chord model for structural concrete, *Structural Engineering International* 8(4): 287–298.
- Martí-Vargas, J. R. 2015. Discussion of “Finite-Element Parametric Study of Bond and Splitting Stresses in Reinforced Concrete Tie Members” by Armin Ziari and M. Reza Kianoush. *Journal of Structural Engineering*.
- Martin, H. (1973). Relationship between surface texture, and composite explosive effect of reinforcing steels for short term load, *German Committee for Reinforced Concrete* (228).
- Miàs, C.; Torres, L.; Guadagnini, M.; Turon, A. 2015. Short and long-term cracking behaviour of GFRP reinforced concrete beams, *Composites Part B: Engineering* 77: 223–231.

Mirza, S. M.; Houde, J. 1979. Study of bond stress-slip relationships in reinforced concrete, *ACI Journal Proceedings* 76(1): 19–46.

Model Code 2010-First complete draft, Vol. 1: Model Code. Vol. 55. fib Fédération Internationale du Béton, 2010.

Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M. 2012. Influence of geometric, strain and size effects on bond in structural concrete. In *Bond in Concrete 2012*: 15–21.

Ngo, D.; Scordelis, A. C. 1967. Finite element analysis of reinforced concrete beams, *ACI Journal Proceedings* 64(3): 152–163.

Nilson, A. H. 1968. Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method, In *ACI Journal Proceedings* 65(9).

Nilson, A. H. 1972. Internal measurement of bond slip, *ACI Journal Proceedings* 69(7): 439–441.

Noh, S.Y. 2009. Tension stiffening model for numerical analysis of RC structures by using bond-slip relationship, *Journal of Advanced Concrete Technology* 7(1): 61–78.

Oehlers D.J.; Visintin P.; Haskett M. Consequences and solutions to our abysmal neglect of bond-slip behaviour in reinforced concrete, In: *Bond in Concrete 2012, Proceedings of the Fourth Bond in Concrete Conference: Bond, Anchorage, Detailing*, Brescia, Italy, 17-20 June 2012. p. 39–46.

Pérez Caldentey, A.; Corres Peiretti, H.; Peset Iribarren, J.; Giraldo Soto, A. 2013. Cracking of RC members revisited: influence of cover, ϕ/p_{sef} and stirrup spacing—an experimental and theoretical study, *Structural concrete* 14(1): 69–78.

Pilkavičius, S. 2014. *Modelling of bond in tensile reinforced concrete members*. Doctoral dissertation. Vilnius Gediminas Technical University. Vilnius: Technika.

Pugachev, V. S. 2013. *Theory of Random Functions: And It's Application to Control Problems*. Elsevier.

Rehm, G. 1961. The fundamentals of bond between steel reinforcement and concrete, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton* 138 (59).

Ruiz, M. F.; Muttoni, A.; Gambarova, P. G. 2007. Analytical modeling of the pre- and postyield behavior of bond in reinforced concrete, *ASCE Journal of Structural Engineering* 133(10): 1364–1372.

Russo, G.; Zingone, G.; Romano, F. 1990. Analytical solution for bond-slip of reinforcing bars in RC joints, *Journal of Structural Engineering* 116(2): 336–355.

Salem, H.; Maekawa, K. 1999. Spatially averaged tensile mechanics for cracked concrete and reinforcement in highly inelastic range, *Concrete library of JSCE* 34: 151–169.

Salem, H. M.; Maekawa, K. 2004. Pre- and postyield finite element method simulation of bond of ribbed reinforcing bars, *Journal of Structural Engineering* 130(4): 671–680.

Santos, J.; Henriques, A. A. 2015. New finite element to model bond-slip with steel strain effect for the analysis of reinforced concrete structures, *Engineering Structures* 86: 72–83.

Scott, R. H.; Gill, P. A. T. 1987. Short-term distributions of strain and bond stress along tension reinforcement. *The Structural Engineer* 65(2): 39–43.

Shi, Z. 2009. *Crack analysis in structural concrete: theory and applications*. Butterworth-Heinemann.

Shima, H., Chou, L., Okamura, H. 1987. Micro and macro models for bond in RC, *Journal of The Faculty of Engineering* 39(2): 133–194

Somayaji, S.; Shah, S. P. 1981. Bond stress versus slip relationships and cracking response of tension members, *ACI Journal Proceedings* 78(3): 217–225.

Soroushian, P.; Choi, K. B. 1989. Local bond of deformed bars with different diameters in confined concrete, *ACI Structural Journal* 86(2).

Tepfers, R. 1973. *A theory of bond applied to overlapped tensile reinforcement splices for deformed bars*. Goteborg: Chalmers University of Technology.

Vilanova, I.; Baena, M.; Torres, L.; Barris, C. 2015. Experimental study of bond-slip of GFRP bars in concrete under sustained loads. *Composites Part B: Engineering*.

Uchida, Y.; Kurihara, N.; Rokugo, K.; Koyanagi, W. 1995. Determination of tension softening diagrams of various kinds of concrete by means of numerical analysis, *Fracture mechanics of concrete structures* 1: 17–30.

Qureshi, J. 1993. Computational model for steel bar embedded in concrete under combined axial pullout and transverse shear displacement, *Proc of JCI* 15(2): 1249–1254.

Wang, H. 2009. An analytical study of bond strength associated with splitting of concrete cover, *Engineering Structures* 31(4): 968–975.

Wenkenbach, I. 2011. *Tension stiffening in reinforced concrete members with large diameter reinforcement*. Doctoral dissertation, Durham University.

Wu, H. Q.; Gilbert, R. I. 2009. Modeling short-term tension stiffening in reinforced concrete prisms using a continuum-based finite element model, *Engineering Structures* 31(10): 2380–2391.

Yankelevsky, D.Z.; Jabareen, M.; Abutbul, A.D. 2008. One-dimensional analysis of tension stiffening in reinforced concrete with discrete cracks, *Engineering Structures* 30(1): 206–217.

Zabulionis, D.; Pilkavičius, S.; Kačianauskas, R.; Jasevičius, R.. 2012. Influence of bond parameters on deformation behaviour of reinforced concrete ties, *Scientific Research and Essays* 7(46): 3991–4002.

Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Jakubovskis, R.; Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Weber, A.; Juknys, M. 2014. Serviceability Analysis of Concrete Beams with Different Arrangements of GFRP Bars in the Tensile Zone, *Journal of Composites for Construction* 18(5). Cituojamumo rodiklis (Impact Factor): 1,827

Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Kliukas, R.; Jakubovskis, R. 2013a. Shrinkage effect on short-term deformation behavior of reinforced concrete – when it should not be neglected, *Materials & Design* 51: 1060–1070. Cituojamumo rodiklis (Impact Factor): 2,913

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Jakubovskis, R.; Gudonis, E.; Salys, D.; Kupliauskas, R. 2012. Serviceability analysis of flexural reinforced concrete members, *Journal of civil engineering and management* 18(1): 24–29. Cituojamumo rodiklis (Impact Factor): 2,016

Gribniak, V.; Torres, L.; Kaklauskas, G.; Daniūnas, A.; Kačianauskas, R.; Jakubovskis, R. 2013b. Prediction of concrete shrinkage occurring prior to external loading and effect on short-term constitutive modeling and design, *Advances in Structural Engineering* 16(6): 1061–1080. Cituojamumo rodiklis (Impact Factor): 0,489

Gudonis, E.; Kacianauskas, R.; Gribniak, V.; Weber, A.; Jakubovskis, R.; Kaklauskas, G. 2014. Mechanical properties of the bond between GFRP reinforcing bars and concrete, *Mechanics of composite materials* 50(4): 457–466. Cituojamumo rodiklis (Impact Factor): 0,451

Meškėnas, A.; Kaklauskas, G.; Daniūnas, A.; Bačinskas, D.; Jakubovskis, R.; Gribniak, S.; Gelažius, V. 2014. Determination of the stress-crack opening relationship of SFRC an inverse analysis, *Mechanics of composite materials* 49(6): 685–690. Cituojamumo rodiklis (Impact Factor): 0,451

Straipsniai kituose leidiniuose

Girdžius, R.; Kaklauskas, G.; Zambauskaitė, R.; Jakubovskis, R. 2011. Naujasis lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas. *Statybinės konstrukcijos ir technologijos [Engineering structures and technologies]* 3(3): 112–122.

Jakubovskis, R.; Juknys, M. 2012. Discrete crack software “ROMA” for analysis of RC members in tension. 15-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos *Mokslas – Lietuvos ateitis* teminės konferencijos *Statyba* 2012 m. kovo 22–24 d. straipsnių rinkinys: 1–4. Vilnius: Technika. ISSN 2029-7149. ISBN 9786094572159.

Jakubovskis, R.; Kaklauskas, G.; Juknys, M.; Gribniak, V. 2013. Serviceability analysis of reinforced concrete members based on stress transfer approach. *Procedia Engineering. 11th international conference on modern building materials, structures and techniques (MBMST)* 57: 450–455. May 16–17, Vilnius, Lithuania

Jakubovskis, R.; Gudonis, E.; Kaklauskas, G.; Gribniak, V. 2011. Rigid-plastic bond model for analysis of flexural reinforced concrete members. *Mechanika-2011: proceedings of the 16th international conference*: 128–132. 7, 8 April, 2011, Kaunas University of Technology, Lithuania Kaunas: Technologija, 2011. ISSN 1822-2951.

Jakubovskis, R.; Gudonis, E. 2011. Gelžbetoninių konstrukcijų tempiamojo sustandėjimo modeliavimas pagal kinijos projektavimo normas. 14-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos *Mokslas – Lietuvos ateitis* 2011 metų teminės konferencijos *Statyba* (2011 m. kovo 23–25 d.) straipsnių rinkinys: 1–4. Vilnius: Technika, 2011. ISSN 2029-7149. ISBN 978955289296.

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Jakubovskis, R.; Juknys, Mantas. 2012. Experimental validation of different approaches in modelling tensionstiffening of bending members reinforced with steel and GFRP bars. 4th International Symposium “*Bond in Concrete 2012*”. Brescia, Italy, June 17-20, 2012 / University of Brescia (Italy), Heriot-Watt University (UK). Vol. 2: 835–842. Brescia: University of Brescia, 2012. ISBN 9788890707834. p. 835–842.

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Bačinskas, D.; Gudonis, E.; Jakubovskis, R. 2011. Tension-stiffening relationship based on the provisions of Chinese design code GB 50010-2002. *Proceedings of the 2011 World Congress on Advances in Structural Engineering*

and Mechanics (ASEM'11plus): 1634–1641. 18–23 September, 2011, Seoul, Korea: [CD] / Korea Advanced Institute of Science & Technology Seoul: Techno-Press, 2011. ISBN 9788989693321.

Timinskas, E.; Jakubovskis, R. 2011. Stiklo pluošto armatūra armuotų betoninių elementų eksperimentinis ir skaitinis tyrimas. 14-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos *Mokslas – Lietuvos ateitis* 2011 metų teminės konferencijos *Statyba* (2011 m. kovo 23-25 d.) straipsnių rinkinys: 1–5. Vilnius: Technika, 2011. ISSN 2029-7149. ISBN 978955289296.

Summary in English

Introduction

Problem formulation

Reinforced concrete (RC) is a prominent material regarding the extent of its application and the complexity of its mechanical behaviour. With the average yearly consumption of three tons per person, concrete ranks second only to water as a human consumable. Over the next decade, the need for concrete structures is expected to double globally. However, production of these colossal amounts of the material makes concrete one of the largest sources of human produced greenhouse gases. Therefore, the effective use of this most versatile building material the humans ever invented is of utmost importance.

Economic design of reinforced concrete structures frequently is a complex problem due to highly sophisticated behaviour of this composite material. Plain concrete alone is of heterogeneous structure of brittle materials over many different length scales, changing from a few nanometres (hydrated cement) to tens of millimetres (aggregate particles). Concrete, that has different strength and deformation properties from steel, is also of different strength in tension and compression. It shrinks and creeps. Due to the long-term effects, structural deformations as well stresses in compressive reinforcement may increase several times. Shrinkage, restrained by stiff reinforcement or supports, induces tensile stresses in concrete that may even exceed the tensile strength. Modeling of these long-term characteristics is a highly complicated issue with the predictions scattering over 30%.

However, none of the above effects makes the behaviour of reinforced concrete as confusing as cracking does. Due to a very low tensile strength of concrete and interaction between tensile reinforcement and concrete (often referred as bond), cracks of various orientations, shapes and lengths (normal, diagonal or longitudinal as well as major and secondary cracks) may form at early loading stage and have an adverse effect on stiffness as well as appearance and durability of the structures. Such complex behaviour of RC structures led to the simplified empirical approaches in modeling cracking, stiffness and bond. However, using such simplifications often causes controversial and inconsistent results, as cracking and deformation and bond phenomena are interrelated.

Relevance of the thesis

In general practice, design of RC structures is based on the assumption of perfect bond between concrete and reinforcement, i.e. no physical slip is allowed. This simplification might be reasonable in load bearing capacity analysis; however it becomes unacceptable when serviceability (cracking and deformation) of RC structures is considered. In this case, neglecting bond-slip leads to empirical relationships, which are often cumbersome and controversial. It is also important that in empirical approaches separation between deformation and cracking analysis should be done. Previous studies have shown that deflection predictions by different code techniques varied up to 100%, whereas variability of crack width predictions was found of much higher order.

In contrast to empirical nature of models used in the design codes, stress transfer (also called force transfer, or partial interaction) approach is capable realistically reflect nature of RC: bond-slip action, development of cracks, tension stiffening and tension softening. Being mechanically based, such approach can be universally applied to any type of reinforcement (steel, fibre reinforced polymer) and concrete (fibre reinforced concrete, high performance concretes). Stress transfer algorithms allow predicting formation of cracks and determining stress and strain distribution of reinforcement and concrete along the cracked element. The major drawback of the stress transfer approach is the requirement to know the initial complex local parameters (bond-slip relationships), which principally governs the obtained results. Improper choice of the bond-slip relationship for particular problem may lead to inadequate deformation and cracking analysis.

Research object

In present study, deformation, cracking and bond behaviour of tensile RC elements under short-term loading is investigated. Based on the bond-slip action at the local scale, average deformation, development of cracks and stress state of reinforcement and concrete are modeled.

Aim of the thesis

To propose a compatible modeling technique for cracking, deformation and bond analysis of RC members.

Objectives of the thesis

In order to achieve the aim of the thesis, the following objectives have to be carried out:

1. Review bond models and stress transfer modeling techniques published in literature.
2. Perform experimental investigation on bond, using standard and modified testing methods. Examine influence of structural parameters on the obtained bond-slip relationships.
3. Propose a bond-slip model, compatible with cracking and deformation behaviour of RC members.
4. Propose analytical model for crack spacing.
5. Develop a discrete crack computer program for analysis of tensile RC members. To apply existing and proposed bond models in the developed algorithm.
6. Evaluate the adequacy of the developed program comparing cracking and deformation modeling results with available experimental data reported in literature.

Research methodology

Analytical, numerical and experimental methods are applied in the present research. Experimental bond-slip relationships were obtained for pull-out and beam specimens. The proposed reinforcement and concrete interaction modeling technique is based on the differential bond equation. Analytical methods were used to derive the bond-slip relationship. The developed numerical discrete crack program is based on the numerical solution of differential bond equation.

Scientific novelty of the thesis

Scientific novelty obtained from this thesis:

1. A new modeling technique was proposed to obtain compatible models for cracking, deformation and bond analysis of RC members. Using principles of the proposed technique, bond-slip relationship and crack spacing models were obtained.
2. Bond deterioration model was proposed, which takes into account not just the diameter of the bar but also the strain rate of reinforcement.
3. Using the principles of the proposed technique, analytical crack spacing model was derived.
4. The discrete crack computer program was developed for realistic simulation of cracking and deformation process in tensile RC members.

Practical value of research findings

The bond-slip and bond deterioration models obtained using the proposed compatible modeling technique were implemented in the discrete crack computer program. Using the proposed models in the numerical analysis, it is possible to obtain adequate deformation and cracking results of tensile RC members. Moreover, probabilistic analysis of cracking is also possible using the developed software. This allows for rational design solutions, depending on the relevance of the structure.

Defended statements

Following statements are defended:

1. The proposed serviceability modeling technique enables to obtain compatible models for cracking, deformation and bond analysis for RC members.
2. Disregarding the deterioration of bond near the cracks leads to contradicting results: stiffness of an element grows with increasing load, new cracks develop till the yielding of reinforcement, i.e. the stage of stabilized cracking is not attained.
3. Bond deterioration zone grows with increasing load and may be related to the bar diameter and reinforcement strain at the cracked section.
4. Using the proposed bond-slip and bond deterioration models in the developed numerical discrete crack algorithm, it is possible realistically model cracking and deformation behaviour of RC members.

Approval of research findings

Results from the present PhD thesis were used in the scientific project “Development of multiparametric discrete crack model for reinforced concrete” supported by the Research Council of Lithuania.

Seven scientific articles were published on topic of the dissertation (6 from them included in *ISI Web of Science* international databases); 9 articles in conferences material (6 from them in international conference material):

1. 20th International conference *Mechanika* 2015, Kaunas, Lithuania, 2015.
2. 11th International conference *Modern Building Materials, Structures and Techniques*, Vilnius, Lithuania, 2013.
3. 4th International conference *Bond in Concrete*, Brescia, Italy, 2012.
4. 15th Conference of Young Lithuanian Scientists *Science – the Future of Lithuania*, Vilnius, Lithuania, 2012.
5. 11th International conference *Mechanics of Composite Materials MCM* 2014, Riga, Latvia, 2012.
6. International conference *World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM'11plus)*, Seoul, Korea, 2011.
7. 16th International conference *Mechanika* 2011, Kaunas, Lithuania, 2011.
8. 14th Conference of Young Lithuanian Scientists *Science – the Future of Lithuania* (two presentations), Vilnius, Lithuania, 2011.

Structure of the thesis

The dissertation consists of introduction, four Chapters, general conclusion and a list of references, resources and publications of the author on the topic of the dissertation, abstract in English and 2 annexes. The total scope of dissertation – 139 pages excluding annexes, 57 equations, 55 figures, 6 tables and 89 references.

Acknowledgements

Author expresses his gratitude to the supervisor of the scientific work, head of the Department of Bridges and Special Structures Prof Dr Habil Gintaris Kaklauskas for advice and assistance in preparing the dissertation.

For the help and friendship during the PhD studies the author expresses gratitude to the staff of the Department of Bridges and Special Structures: Assoc Prof Darius Bačinskas, Dr Viktor Gribniak, colleagues Mantas Juknys, Dr Eugenijus Gudonis and PhD students.

The author also expresses gratitude to Lithuanian Science Council for the financial support during the PhD studies.

1. State-of-art review of bond between reinforcement and concrete

Bond of reinforcement and concrete is a fundamental aspect of any reinforced concrete (RC) structure making the interaction of these essentially different materials possible. In ultimate limit states (ULS) bond guarantees the strength of RC structures subjected to tension, bending and shear, also providing the ductility and toughness. Bond determines the length of anchorage zones and spliced joints of reinforcement. In serviceability limit states (SLS) bond controls development of cracks and deformation behaviour due to effect of tension stiffening (Gambarova 2012).

The key aspect in bond modeling is the constitutive relationship of reinforcement to concrete interaction. Such relationships are analogous to the average stress-strain laws for concrete or steel (Nilson 1972). Unlike the constitutive laws for steel or concrete, a unique relationship for the bond stress-slip is not yet available despite the large number of investigations carried out.

Starting from the early sixties, with the precise experimental and analytical study of Rehm (1961), numerous attempts were made deriving the constitutive bond-slip laws. A number of empirical or semi-analytical bond-slip relationships were proposed ranging from rigid (Marti *et al.* 1998); logarithmic (Shima *et al.* 1987); power (Eligehausen *et al.* 1982) laws or multilinear functions (Hawkins *et al.* 1982).

As a compromise, a bond-slip relationship proposed by Eligehausen *et al.* (1982) was introduced to CEB-FIB (1990) and later to *fib* Model code (2010). This relationship is the most broadly used bond model for the serviceability analysis of RC structures, despite the discrepancies in the results of deformation behaviour at the advanced loading stages (Wu and Gilbert 2009).

The constitutive modeling of the bond-slip behaviour is a highly complex task mainly related to the inherently sophisticated bond mechanics which is affected not only by the properties of reinforcement and concrete, but also by the structural and technological parameters, such as concrete cover, distribution of bars, presence of transverse reinforcement, direction of concrete pouring (*fib* 2000). Moreover, the chosen test method, boundary and confining conditions of reinforcement and concrete, stress state and interpretation of the results also complicates the issue.

Such complexities in bond mechanics led to the simplified methods to assess the interaction of reinforced and concrete. The most popular technique in deriving bond-slip

relationship became a pull-out test. This simple test gives a straightforward evaluation of average bond stresses as a function of slip. With minor changes, such experimental setup was used from the early sixties until nowadays. Nevertheless, there are some inherent shortcomings using such technique for determination the local bond-slip relationship, which are summarized in Fig. S1.

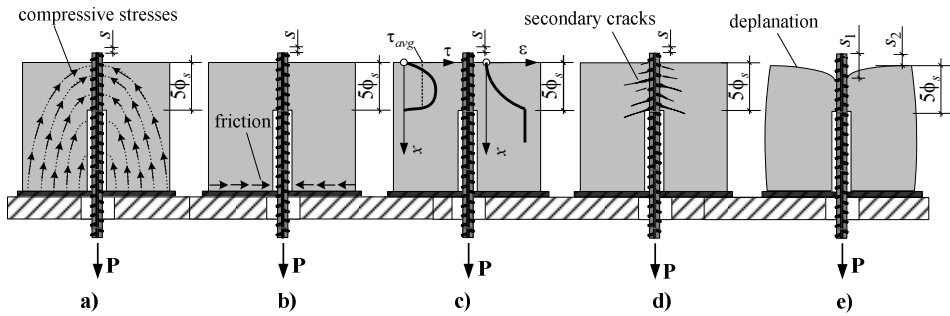


Fig. S1. Different effects influencing bond-slip relationships in usual pull-out test technique :
 a) and b) compressive stresses and friction from the bearing plate; c) non-uniform distribution of bond stresses and steel strain along anchorage length; d) development of internal cracks; e) section warping around the reinforcement

Difficulties in determination bond-slip relationship using usual testing techniques make the problem quite confusing. Deduction of bond-slip behaviour from pull-out testing techniques is more appropriate to compare bond properties of different types of reinforcement rather than reflecting the real structural behaviour. In next chapter, the alternative experimental arrangements are investigated, focusing on the influence of stress state, concrete cover and stirrups on the obtained bond-slip relationships.

2. Experimental investigation of bond

Experimental program consisted of 12 pull-out specimens and 21 beam specimens. Beam specimens were chosen to evaluate the influence of stress state on the obtained bond-slip relationships. To evaluate the influence of transverse reinforcement and concrete cover, modified beam specimens were prepared, with reduced cover and without stirrups. Fig. S2 gives the schematic view of the specimens.

Ordinary Portland-cement concrete was used to produce the specimens with average compressive strength at 28 days age 47.2 MPa (determined from the cylinder specimens). Three types of reinforcement were used in the tests: steel, glass fibre (GFRP) and basalt fibre (BFRP) bars. Table S1 gives the main mechanical properties of the bars.

Specimens were tested using displacement-control method. For pull-out specimens loading rate was set to 1 mm / min, whereas 0.6 mm / min was set for beam specimens. Figures S3 compares some of the obtained results. Fig S3a shows the results obtained testing 12 mm diameter steel bars from pull-out and beam test-setups. Fig S3b compares the results obtained from 12 mm GFRP bars with nominal 50 and 20 mm cover.

As was expected, average bond stresses obtained from pull-out tests were higher in comparison to beam specimens (Fig. S3a, grey lines in the diagram). This can be ex-

plained by the additional confinement from compressive stresses in pull-out tests, which restrains the development of secondary cracks (*fib* 2000, Gudonis *et al.* 2014). Analysing the results obtained from the beam specimens it was found that concrete cover has much more influence on the bond-slip relationships than the reinforcement type itself. This effect is shown in Fig. S3b. In case of modified beam specimens (with reduced cover, grey lines in the diagram) splitting failure occurred, resulting in about 40% decrease of bond stresses. Splitting failure occurred when the slip reached 0.1–0.15 mm and the tests were stopped due to damage of LVDT sensors.

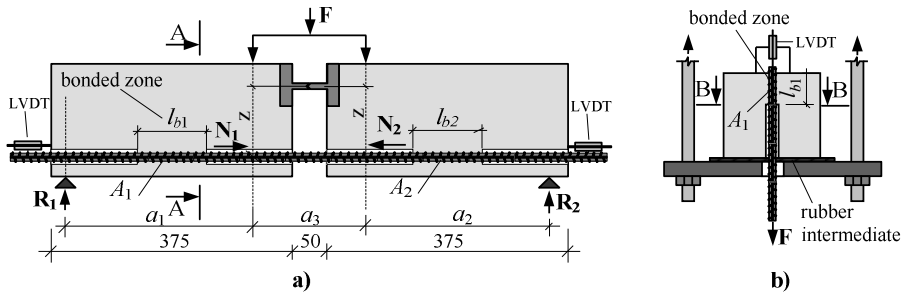


Fig. S2. Test specimens of the experimental program: a) pull-out specimen; b) beam specimen

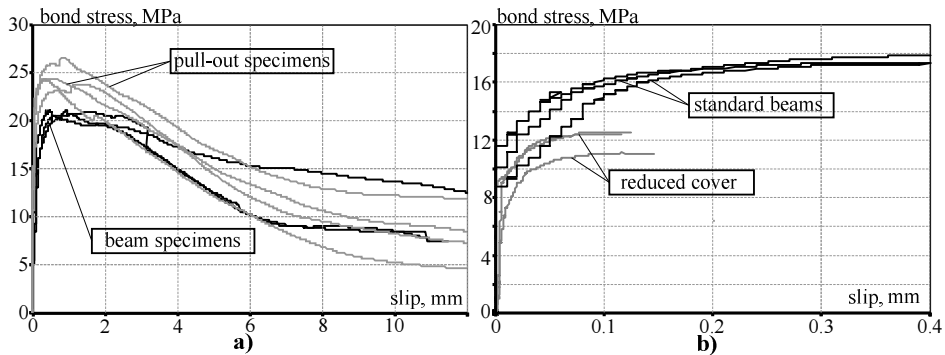


Fig. S3. Comparison of the obtained bond-slip relationships: a) influence of specimen type; b) influence of concrete cover

Table S1. Main characteristics of reinforcement

Parameter	S 500	BFRP	GFRP
f_u , MPa	642	1988	1468
f_y , MPa	545	—	—
E_{cm} , GPa	180	84.3	64.7

3. Concept of bond modeling

Behaviour of RC tie. As was discussed in the previous chapter, deduction of bond-slip behaviour from conventional testing techniques is not straightforward. Using such relationships for serviceability analysis often leads to inconsistency of the obtained results.

An example was shown by Beeby (2004) analysing cracking behaviour of RC members. It was concluded that the CEB (1990) crack prediction formula is inconsistent with the CEB's basic model of bond behaviour. Inconsistency of bond modeling and cracking behaviour was also found by Debernardi *et al.* (2013) where it was concluded that bond model of CEB-FIP contradicts the experimental evidence of the stabilized cracking and fails to comply with the equilibrium condition.

Contradictory results were also obtained by Wu and Gilbert (2009) modeling deformation behaviour of RC ties. It was found that using bond-slip relationship proposed by CEB-FIP fails to catch degradation of tension-stiffening with increasing loads. They suggested that reinforcement strain and damage rate in concrete should be introduced to the bond model for adequate assessment of deformation of RC members.

The discussed examples and difficulties in bond modeling suggest looking for alternative approach for cracking, deformation and bonding modeling of RC structures. Next, the novel modeling approach is presented which is based not on the application of local bond-slip relationship at local scale, but on the average behaviour of RC elements.

Consider RC element in tension, shown in Fig. S4. Such elements are often chosen due to simplicity and fairly good representation of tensile zones in RC structures (Fantilli *et al.* 2007). At the initial loading stage (OA) the deformation behaviour of the tensile member is almost linearly elastic, as shown in Fig S4a. Bond stresses develop in the parts with non-zero slip and effectively transfers loads between two materials. Bond stresses grows as the slip does, however at the ends of the element bond stresses are equal to zero although the slip is the largest at these points. This effect can be explained by the local damage of concrete near the crack plane, which dramatically reduces bond action (Wu and Gilbert 2009)

With increasing load, strain in reinforcement as well as in concrete grows until reaches certain limit of concrete cracking. First crack occurs at the section where stresses in concrete transferred through bond action become equal to tensile strength. Distribution of strains, slip and bond stresses after formation of the first cracks is schematically shown in Fig. S4c. Cracking also causes sudden drop in stiffness of an element, which may be evident from force-average strain diagram (Fig. S4d).

After first crack has occurred, even small increment of load creates new cracks, and the RC element proceeds to crack formation phase (stage 2 and part AB in the diagram). It should be noted that the local effect of bond deterioration near the crack plane becomes more significant with increasing number of cracks.

At the end of crack formation stage, so called stabilized cracking phase is reached and the RC member becomes separated into a number of concrete blocks (Fig S4e). Although the concept of stabilized cracking is controversial (Maekawa 2003), formation of new cracks in this phase is very limited and has not much influence the final crack pattern (Perez 2013). Deformation behaviour with more or less stable number of cracks proceeds up to the yielding of reinforcement (stage 3 and part BC in the diagram).

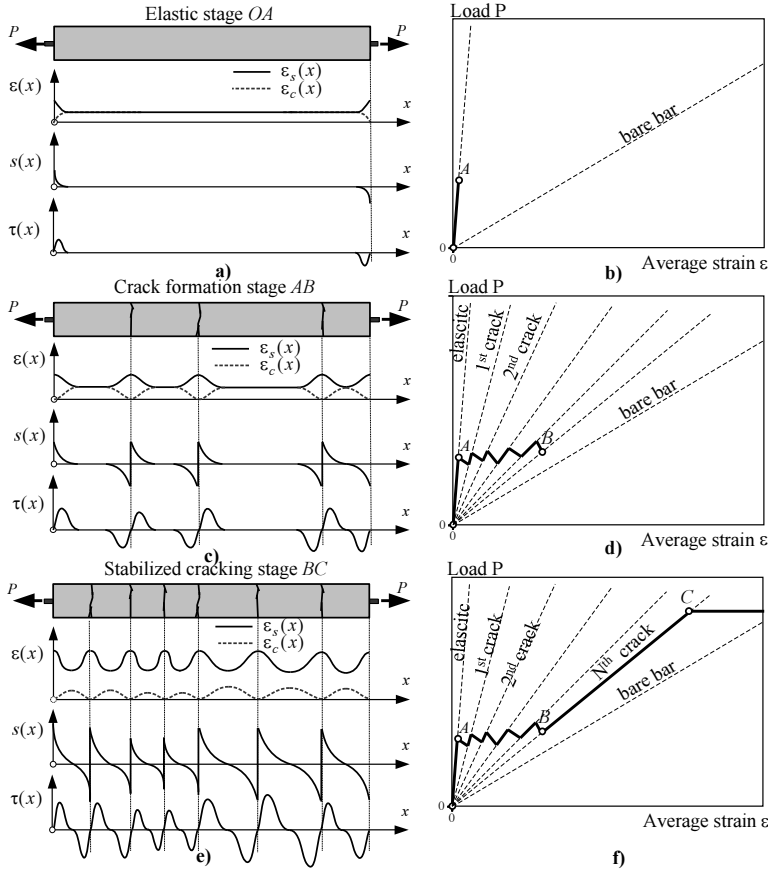


Fig. S4. Deformation and cracking stages of tensile RC tie: a) and b) elastic stage; c) and d) crack formation stage; e) and f) stabilized cracking stage

The behaviour of RC tie between two consecutive cracks has been experimentally investigated by Houde (1973), Scott and Gill (1987), Kankam (1997). Consider the test data reported by Kankam (1997) on a 200 mm long RC tie. Figure S5a, shows the reinforcement strain distribution along the bar at various load stages. It can be observed that the variation of the reinforcement strain in the middle part of the bar can be well approximated by the second order polynomial:

$$\epsilon_s(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 \quad (S1)$$

Approximation of the experimental strain curves using equation (11) resulted in a very good agreement with coefficient of determination ranging from 0.95–0.99 at the earlier stages of loading and 0.88–0.9 at the advanced loading stages (Fig S5b). A num-

ber of other experimental results were also analysed (Houde 1973, Scott and Gill 1987, Wenkenbach 2011), proving that parabolic approximation of strain curves may be used in the mid part of an element.

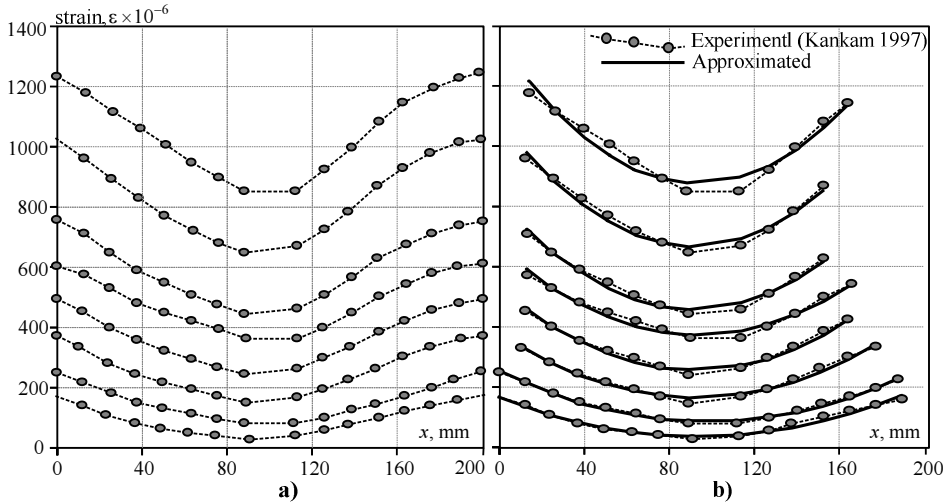


Fig. S5. Steel strain distribution between cracks: a) experimental results of Kankam (1997); b) approximation of the results with second-order polynomial

Basic principles and assumptions of the proposed concept. This section describes the basic principles of the concept for deriving compatible serviceability models. The concept combines the smeared and the stress-transfer (discrete crack) approaches and is based on these assumptions:

1. Stabilized cracking stage is considered.
2. Average distance between cracks is known.
3. Average deformation of a RC tie is known and is calculated using a chosen model based on the smeared crack approach.
4. Reinforcement strain distribution between two consecutive cracks is characterized by the known shape function.
5. Tension softening stresses in the cracked sections are neglected.
6. Stresses acting in the tensile concrete are induced by the bond action (the assumption is valid for ties only).
7. Strains and stresses in concrete are assumed equal within a given section.
8. Linear-elastic properties are assumed for both reinforcement and concrete.

The basic principles of the proposed concept can be briefly described as follows. Following the Assumption 6, the mean internal forces acting in the tensile concrete are related to the bond stresses acting between two consecutive cracks. As the force in the concrete is not constant, but varies between cracks, a particular shape function is assumed to evaluate this variation (Assumption 4). From the equilibrium condition of in-

ternal forces, variation of the force in the reinforcement is found and distribution of reinforcement and concrete strain is calculated. Then, having the strain distribution in the reinforcement and concrete, a slip variation along the segment is established and related to the bond stresses. Next, the proposed concept is described in detail.

For a given load P_i , analysis is performed through the following steps:

1. Average deformation ε_{mi} of an element is calculated using the chosen smeared crack technique.
2. Mean internal force in the concrete $N_{cm,i}$ is calculated from the equilibrium condition:

$$N_{cm,i} = P_i - N_{sm,i}; \quad N_{sm,i} = \varepsilon_{m,i} \cdot A_s E_s \quad (S2)$$

where $N_{sm,i}$ is the average force in the reinforcement; E_s and A_s are the elastic modulus and the cross-sectional area of reinforcement, respectively (see Fig. S6a).

3. Average distance between cracks l_{cr} is calculated using the chosen technique.
4. Variation of the internal concrete forces between cracks is determined. As was shown in the previous Section, distribution of reinforcement strain between cracks can be well approximated by the second order polynomial (Equation S1). This suggests that the forces acting in the reinforcement and concrete can be also approximated by the same Equation (S1). Using additional symmetry condition, the following shape function is introduced to evaluate the variation of internal concrete forces:

$$N_c(x) = a_1 x^2 + a_2 \quad (S3)$$

Two boundary conditions are introduced to find coefficients a_1 and a_2 :

$$\begin{aligned} N_c(0) = N_c(l_{cr}) = 0; \\ \int_0^{l_{cr}} N_c(x) dx = N_{cm,i} \cdot l_{cr} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a_1 \cdot (0.5l_{cr})^2 + a_2 = 0 \\ a_1 \cdot \frac{(0.5l_{cr})^3}{3} + a_2 (0.5l_{cr}) = N_{cm,i} \cdot 0.5l_{cr} \end{cases} \quad (S4)$$

5. Variation of the internal force in the reinforcement is calculated from the equilibrium condition:

$$N_s(x) = P_i - N_c(x) \quad (S6)$$

6. Variation of the reinforcement strain is obtained from

$$\varepsilon_s(x) = \frac{N_s(x)}{A_s E_s} \quad (S7)$$

7. Distribution of the bond stresses along the element is calculated from this equation:

$$\tau(x) = \frac{E_s \phi_s}{4} \frac{d\varepsilon_s}{dx} = E_s \frac{\phi_s}{4} \left(-2a_1 \frac{x}{A_s E_s} \right) \quad (S8)$$

8. Slip is obtained by the integration of the reinforcement strain function:

$$s(x) = \int \epsilon_s(x) dx = \frac{1}{A_s E_s} \left(P_i x - \frac{1}{3} a_1 x^3 - a_2 x \right) \quad (S9)$$

9. Using bond stress and slip distribution along the cracked element, a bond stress-slip relationship, corresponding to load level P_i is obtained. The described steps are summarized in Fig. S6.

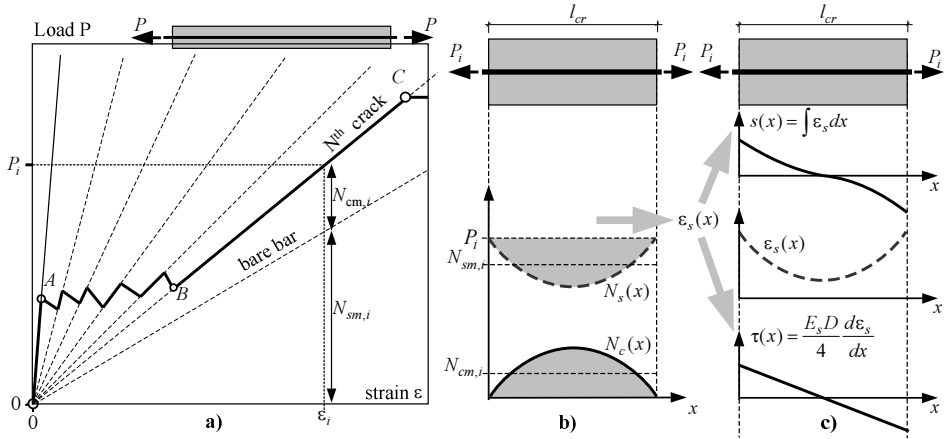


Fig. S6. Proposed bond modeling technique: a) average concrete and steel forces; b) shape functions; c) calculation of slip and bond stress distribution

Bond-slip and crack spacing modeling. This section explores the potentials of the above approach to produce a bond model compatible with deformation and cracking techniques. In this example, the deformation and crack distance models needed for the analyses were taken from the Model Code (2010).

Numerical analyses consider three singly reinforced RC ties with the same material characteristics and diameter of the bar, but ranging reinforcement ratio. With the diameter \varnothing fixed at 10 mm, the sides of the square section were taken in a way to obtain reinforcement ratios $p = 1, 1.5$ and 3%. The external force P_i was transmitted to the ties through the reinforcement inducing the stresses of 300 MPa assumed as pseudo service load for the reinforcement with yielding stress of 500 MPa.

Following the steps described in the previous section, distributions of steel strains, bond stress and slip throughout the length of the block were obtained from Eqs. (7-9), respectively. Having the latter, the bond stress – slip relationships were easily constructed (see Fig. S7)

The main conclusion that can be drawn regarding the obtained bond stress-slip relationships is that they do not coincide. To be more specific, the bond stress relationships were dependent on the reinforcement ratio which was the only parameter varied in the analysis. However, developing a bond model dependent on reinforcement ratio certainly would not serve to the aims of this study to develop a versatile model for serviceability analysis.

In order to exclude reinforcement ratio as the influencing parameter, the assumptions on the distribution of reinforcement strain and crack spacing have to be reconsidered. The modification in a simplified way will take into account a different character of the reinforcement strain distribution in the central part of the block and the areas close to the cracks. In addition, the rules will be imposed for assuring identical bond-slip relationships for the central parts with the exclusion of the reinforcement ratio as a variable parameter.

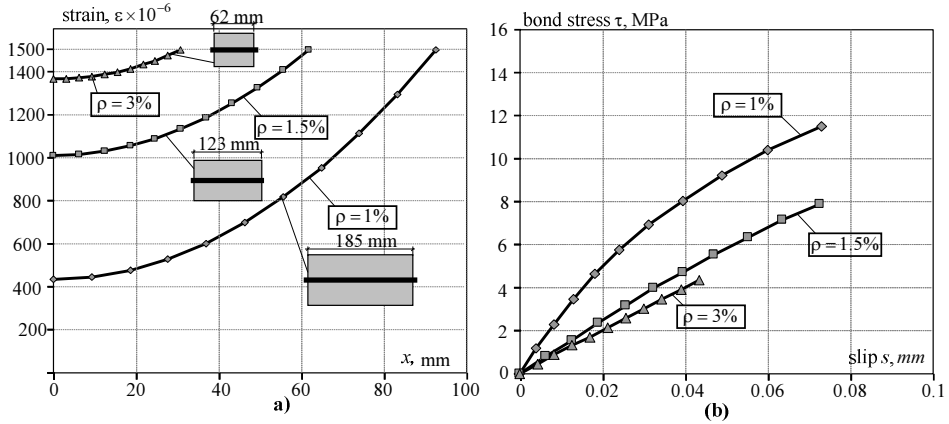


Fig. S7. Results of the proposed bond modeling strategy: a) distribution of steel strain; b) bond stress-slip diagrams

As it was shown previously, the parabolic strain distribution is valid only for the mid part of the block whereas the strains at the ends of the block clearly follow a different law. Due to the local damage of the concrete close to the cracks, bond is damaged and therefore reinforcement strains near the cracks vary at a significantly lower rate. The different strain distribution implies that the bond-slip law in the parts near the cracks differs from the one in the central part of the block. The parts affected by the damage of the bond are further termed as the damage zones (l_d). Similarly, the central part of the concrete and reinforcement interaction within the block is called the effective zone (l_{ef}).

In this simplified approach, it is assumed that bond in the damage zones is fully damaged, i.e. the bond stresses are taken equal to zero. This implies that the reinforcement strains in this zone are constant and equal to the strain in the cracked section. Then the crack distance can be expressed through the lengths of the effective and the damage zones:

$$l_{cr} = l_{ef} + 2l_d \quad (S10)$$

In order to obtain the same bond-slip relationship for the central parts of the blocks with different reinforcement ratio, formulas (8)-(9) can be employed. As a bond-slip relationship is constructed using the functions $\tau = \tau(x)$ and $s = s(x)$, equality of each of the latter relations for the different cases of reinforcement ratio assures equality of the bond-slip diagram. In the simplest practical way this can be achieved assuming the same

reinforcement strain function $\epsilon_s(x)$ for all the tie blocks. The minimal value of the reinforcement strain ϵ_{s0} in the middle section of each tie block has to be the same to assure the same strain and slip state (affinity condition).

To be able to achieve equality of bond-slip relationships, some practical considerations regarding the quantitative expressions of the lengths of damage and effective zones should be provided. It was shown, that parabolic strain distribution is valid only in the mid part of the cracked element. Near the crack faces, local damage of concrete occurs and the distribution of bond stresses follow a separate law. A number of models were proposed to evaluate this effect, generally relating the length of damage zone to the bar diameter (Quershi and Maekawa 1993; Ruiz *et al.* 2007, Model Code 2010). Ruiz *et al.* (2007) used factor λ to reduce bond stresses near the cracks:

$$\tau(\epsilon_s, x) = \tau_{po}(\epsilon_s)\lambda; \quad \lambda(x) = 1 - \exp\left[\frac{x}{\phi}\right] \quad (S11)$$

Where τ_{po} – is the bond-slip relationship derived from pull-out test; ϕ is the bar diameter, x is the distance from the cracked section.

A Similar bond reduction factor is proposed in Model Code (2010):

$$\tau = \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_0} \right)^\alpha \lambda; \quad \lambda = 0.2 \frac{x}{\phi} \leq 1 \quad (S12)$$

Coefficient λ linearly reduces bond stresses at distance less than 5ϕ from the crack. Quershi and Maekawa (1993) also related the length of damage zone to the bar diameter. They proposed linear degradation of bond stresses at distance 5ϕ from the crack and sudden drop of bond to zero at distance 2.5ϕ .

In the present study, a simple, physically-based model is proposed to evaluate the evolution of damage zone with increasing load. Again, consider test results of Houde (Fig. S8a). The length of damage and effective zones is calculated using the principle of equal average strains: at each loading level average strain of experimental curve is equal to average strain of approximated curve. To calculate the length of each zone two additional conditions are used:

- a) maximal strain of experimental and approximated curves coincides;
- b) minimal strain of experimental and approximated curves coincides.

Using this simplified approach, evolution of damage zone with increasing load was obtained for a considered element. The same procedure was performed for other test specimens of Houde (1970) and specimens of Kankam (1997). The obtained results are summarized in Fig S8b. A simple linear equation relating the length of damage zone to the bar diameter is proposed:

$$\frac{l_d}{\phi} = 1000\epsilon_s \quad (S13)$$

where ϕ is the bar diameter, ϵ_s is the reinforcement strain in the cracked section.

It should be noted, that the introduction of the damage zones allows to derive a crack spacing model that is consistent with the assumed average strain model. It also

gives a unique bond-slip relationship, which may be further used in the deformation and cracking analysis using the stress transfer approach.

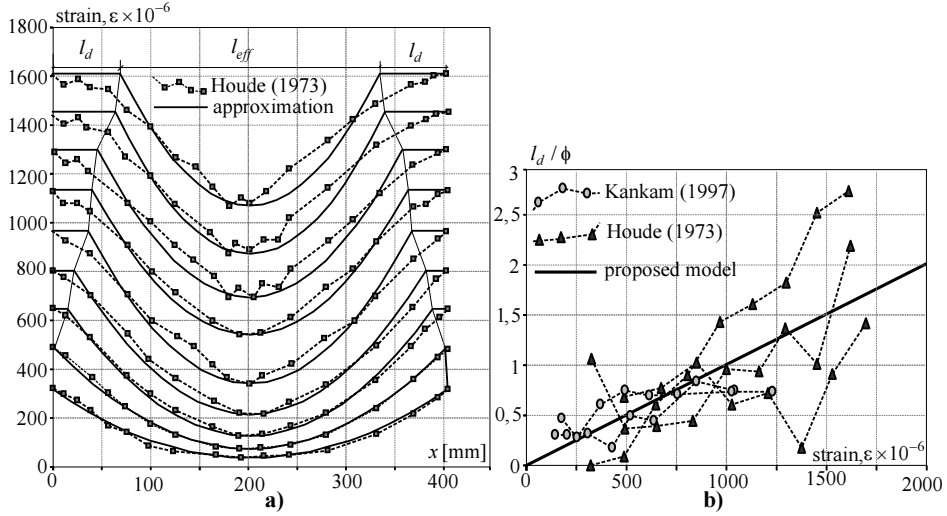


Fig. S8. Effective and damage zones: a) distribution of steel strain; b) evolution of damage zone

The technique for deriving a crack spacing model is described below. In the unique fashion, the technique relates the mean crack distances of the tie having various reinforcement ratios and bar diameters to a single experimentally established mean crack distance $l_{cr,ref}$ of a *reference* member having bar diameter ϕ_{ref} and reinforcement ratio ρ_{ref} . The crack spacing model may be obtained by the following steps:

1. For a given load value, reinforcement strain in the cracked section $\varepsilon_{s,cr}$ and the length of the damage zone l_d are calculated for the reference member.
2. The reference strain distribution curve $\varepsilon_{s,ref}(x)$ (with the minimal value ε_{s0}) is determined from the condition of equality of mean strains calculated from the strain profile (integrating through the length of the block $l_{cr} = l_{ef} + 2l_d$, see Fig. S9) and by the technique based on the smeared crack approach (Model Code technique in our case). The *reference* bond-slip relationship $\tau_{ref}-s$ is also obtained.
3. The strain distribution relationships $\varepsilon_{s,ref}(x)$ describing the “effective” part of the strain profile is assumed for all tie members with the reference bar diameter ϕ_{ref} . Crack spacing l_{cr} for the members with different reinforcement ratio are established using the same condition of deformation equality as described in step 2.
4. For the elements with the diameter bars other than the reference ϕ_{ref} , the relationship of reinforcement strain distribution in the *effective* zones was different from the reference one. The strain profiles for other bar diameters were established using software developed for that purpose. Assuming the same minimal

strain value ε_{s0} , a strain distribution relationships $\varepsilon_s(x)$ was found using the reference bond-slip relationship (see Fig. S9).

5. Crack spacing is calculated for elements with various reinforcement ratios and bar diameters.

The described steps are illustrated in Fig S9. A RC tie of square section (100x100 mm) reinforced with a single 14 mm bar was taken as a reference ($\rho_{ref}=1.54\%$). Following the extensive tests of such members (Farra and Jaccoud 1993), the reference 163 mm crack spacing was assumed. The research by Lorrain *et al.* 1998 has shown that mean crack distances of RC ties are independent of the compressive strength of concrete.

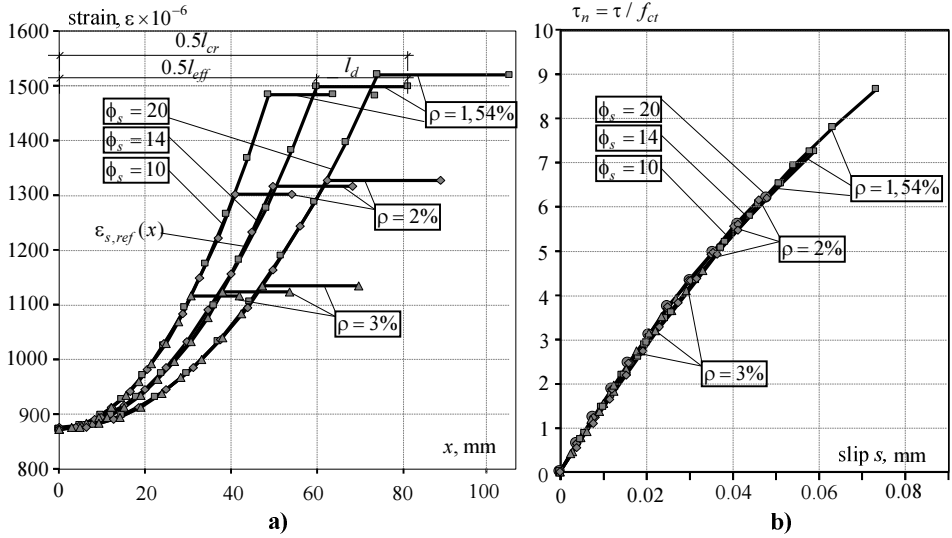


Fig. S9. Results of the proposed bond modeling strategy with additional rules: a) distribution of steel strain; b) bond stress-slip diagrams

As a result of an extensive parametric analysis, the following equation of the mean crack spacing is proposed:

$$l_{cr} = 6.9\phi + 341e^{-\rho} - 7.3 \quad (S14)$$

where ϕ is the bar diameter, mm; ρ – reinforcement ratio.

The respective bond-slip relationship is as follows:

$$\tau_n = 50s - 100s^2; \quad \tau_n \geq 0 \quad (S15)$$

where τ_n is the normalized bond stresses ($\tau_n = \tau / f_{ct}$); s is the slip, mm.

4. Discrete crack model of reinforced concrete members

As it was discussed in Chapter 3, deformation, cracking and bond-slip behaviour of RC elements are closely interrelated. It is possible to model formation of cracks and deformation process using the stress transfer approach, which is based on the local reinforcement to concrete interaction law (Balazs 1993). Using the main principles of the stress transfer approach (Maekawa *et al.* 1999), the author and M. Juknys have developed a numerical algorithm for deformation and cracking analysis of RC members (Jakubovskis and Juknys 2012). This section summarizes the main ideas of the algorithm and shows the modeling results.

Once again, consider a RC element in tension, shown in Fig. S10. The element is divided into a number of sections n . Incrementally applying the load P , three equation groups (equilibrium, constitutive and bond) are iteratively solved simultaneously in all sections until boundary conditions are satisfied. Special boundary conditions, regarding strain distribution, slip values and symmetry conditions are introduced depending on the load level and the length of the cracked element. Random formation of cracks is adopted using the scattered mechanical properties of concrete. Analysis is terminated when the yielding of reinforcement is achieved in one of the sections. The developed algorithm is schematically shown in Fig S10.

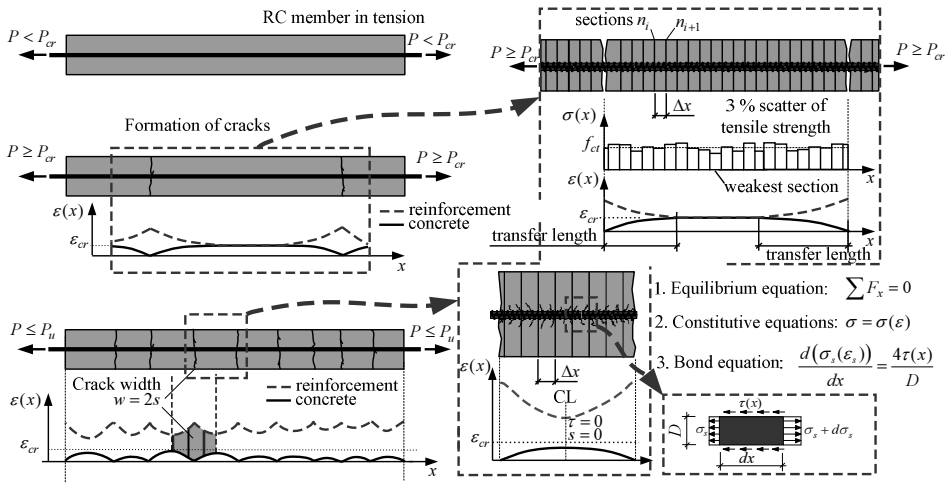


Fig. S10. Scheme of the developed stress transfer model

Using the stress transfer approach for cracking and deformation analysis of RC members, the obtained results are principally governed by the assumed bond-slip relationship (Jakubovskis *et al.* 2013). To evaluate the applicability of the proposed bond modeling technique, bond-slip diagram derived in previous section (Equation S15 and further referred as bond model S15) was introduced into the numerical algorithm. For

comparison, bond-slip model of Model Code (2010) was also used in the analysis. To evaluate the adequacy of the numerical results, tensile RC prism specimens from experimental program of Farra and Jaccoud (1993) were modeled.

The obtained results are shown in concrete average stress-average strain diagrams (Fig S11a). These diagrams are obtained by dividing average force in concrete by the concrete cross-section. Additionally average stress in concrete was normalized in respect of concrete tensile strength, obtaining non-dimensional stress in y-axis. Shrinkage influence on the experimental concrete average stress-average strain diagrams (Bischoff 2001) was also evaluated in the experimental diagrams (dotted lines in Fig S12a).

From the obtained results, degradation of average concrete stresses may be noticed in ROMA-S15 modeling case. Such degradation can also be observed in the most experimental concrete average stress-average strain diagrams, as shown in Fig. S11b. In this diagram, results of 31 experimental program found in literature (136 tensile RC members and 3863 experimental points) are plotted. Degradation of RC member stiffness may be explained by the deterioration of bond near the cracks. As the load increases, so the damage zone does, resulting in higher average strain of reinforcement and the RC element. This effect in a simplified manner was evaluated in the proposed damage zone model (Equation S11) and resulted decreasing character of concrete average stress-average strain diagrams.

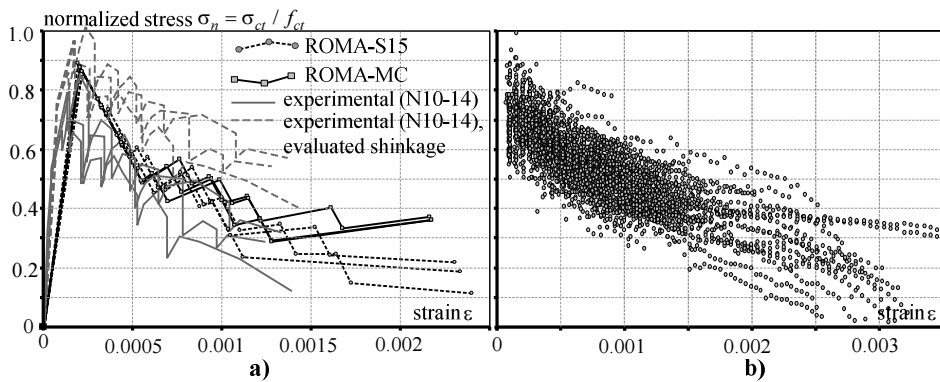


Fig. S11. Concrete average stress-average strain diagrams: a) N40-14 specimen series; b) experimental results of 136 tensile RC members

For numerical cracking analysis, the length of experimental RC elements was extended up to 3000 mm for better evaluation of the average crack spacings. Two types of experimental elements (Farra and Jaccoud 1993) were modeled: reinforced with single 14 and 20 mm bars. As in the developed stress transfer algorithm cracks form randomly, analysis was performed 30 times with each bond model, to obtain statistical values of the simulated number of cracks. Fig. S12 summarizes the obtained results. From Figures S12a and S12b it may be noticed that the modeled number of cracks followed close to normal distribution with coefficient of determination ranging from 0.8 to 0.85. In case of ROMA-MC, the modeled number of cracks was overestimated for both element groups:

150 mm average crack spacing was obtained for RC ties reinforced with 14 mm bars (comparing to experimental 163 mm); and 115 mm for RC ties with 20 mm bars (comparing to experimental 141 mm).

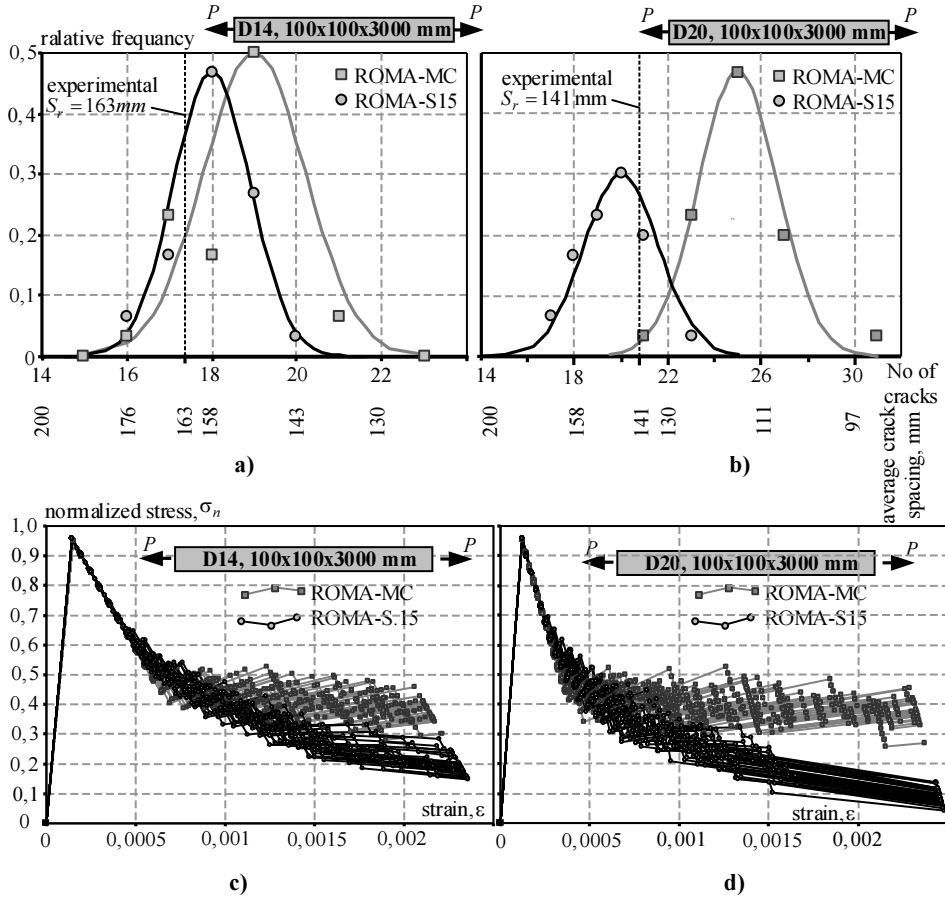


Fig. S12. Cracking analysis of RC ties: a) and b) relative frequencies of modeled number of cracks; c) and d) concrete average stress-average strain diagrams

Better results were obtained using bond-slip relationship S15: 158 mm and 143 mm for RC ties with 14 mm and 20 mm bars, respectively. Only a slight increase in modeled number of cracks for elements with 20 mm bars in case of ROMA-S15, may be explained by the introduction of the damage zone. 20 mm bars generates much bigger damage zones (as the length of the zone is proportional to the bar diameter), reducing bond stresses and arresting the propagation of cracks. This effect could be clearly seen from Figures S12c and S12d, which shows the modeled concrete average stress-average strain diagrams for the same elements. From the strain value of approximately 0.0015

formation of cracks was very limited and practically stopped for elements with 20 mm bars (Fig. S12d). Such simulated cracking process is in agreement with experimental cracking behaviour, where stabilized cracking stage is observed (Perez 2013, Debernardi 2013).

General conclusions

Summarizing the results of the dissertation, following statements could be drawn:

1. Literature review showed that there are no compatible models for cracking and deformation analysis of RC members. Practical design problems are commonly solved using the empirical code techniques.
2. In the present work, the deformation, cracking and bond behaviour of RC members are modeled as interrelated processes. This modeling technique avoids dubious results, characteristic to the empirical code method, such as unrealistic crack spacings, growth in stiffness of an element with the advancement of load and cracking and disappearing of the stabilized cracking stage.
3. A new serviceability modeling technique was proposed for obtaining compatible deformation, cracking and bond models. Unlike the empirical design code methods, this new technique is not restricted by the specific geometric or loading conditions. The derived models may be applied to tensile or bending members reinforced with ordinary, composite or fiber reinforcement.
4. The experimental investigation has shown that concrete cover may have considerable influence on bond stresses. Reducing concrete cover from 50 to 20 mm resulted in 50–60 % lower bond stresses.
5. The proposed bond-slip relationship indirectly takes into account the influence of complex structural parameters (concrete cover, longitudinal cracking, and stress state). This enables the model to be applied for cracking and deformation analysis under different distribution of bars and various loading conditions.
6. The bond deterioration zone near the crack faces has a considerable influence on the cracking and deformation behaviour of RC members. Comparison to the test data has shown that adequate modeling of the serviceability limit state is not possible without taking into account of this effect.
7. The bond deterioration model proposed in the thesis allows for the evaluation of the evolution of the damage zone with increasing load. Unlike the existing models that relate the length of the damage zone to diameter of the bar, it also takes into account the influence of the reinforcement strain.
8. The analysis based on a limited amount of test data of RC ties has shown that the mean crack distance predictions by the proposed analytical model were more accurate compared to the results of the Model Code (2010) technique, with the respective average errors being 33 and 62%.
9. A numerical analysis based on the stress-transfer approach has shown that crack spacings were overestimated by 20–30% using the bond model of the Model Code (2010). Using the proposed bond-slip and bond deterioration models, the simulated crack spacings were in good agreement with the experiments (the er-

ror below 5%). The numerical analysis in this case has demonstrated the existence of the stabilized cracking stage with characteristic degradation of stiffness of the RC members.

10. Using the proposed bond-slip and bond deterioration models in the numerical analysis, the simulated crack spacings were in good agreement with experimental results (error was less than 5%). Stabilized cracking stage and degradation of stiffness on RC members was also numerically simulated.

Priedai*

A priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijose skelbtą medžiagą mokslo daktaro disertacijoje

B priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos

*Priedai pateikiami kompaktiniame diske

Ronaldas JAKUBOVSKIS

SUDERINTAS GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ PLEIŠĖJIMO, DEFORMACIJŲ
IR SUKIBIMO MODELIAVIMAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,
statybos inžinerija (02T)

Ronaldas JAKUBOVSKIS

COMPATIBLE MODELING OF CRACKING, DEFORMATION AND BOND
IN REINFORCED CONCRETE MEMBERS

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,
Civil Engineering (02T)

2015 05 15. 11,0 sp. l. Tiražas 20 egz.
Vilniaus Gedimino technikos universiteto
leidykla „Technika“,
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,
<http://leidykla.vgtu.lt>
Spausdino BĮ UAB „Baltijos kopija“
Kareivių g. 13B, 09109 Vilnius